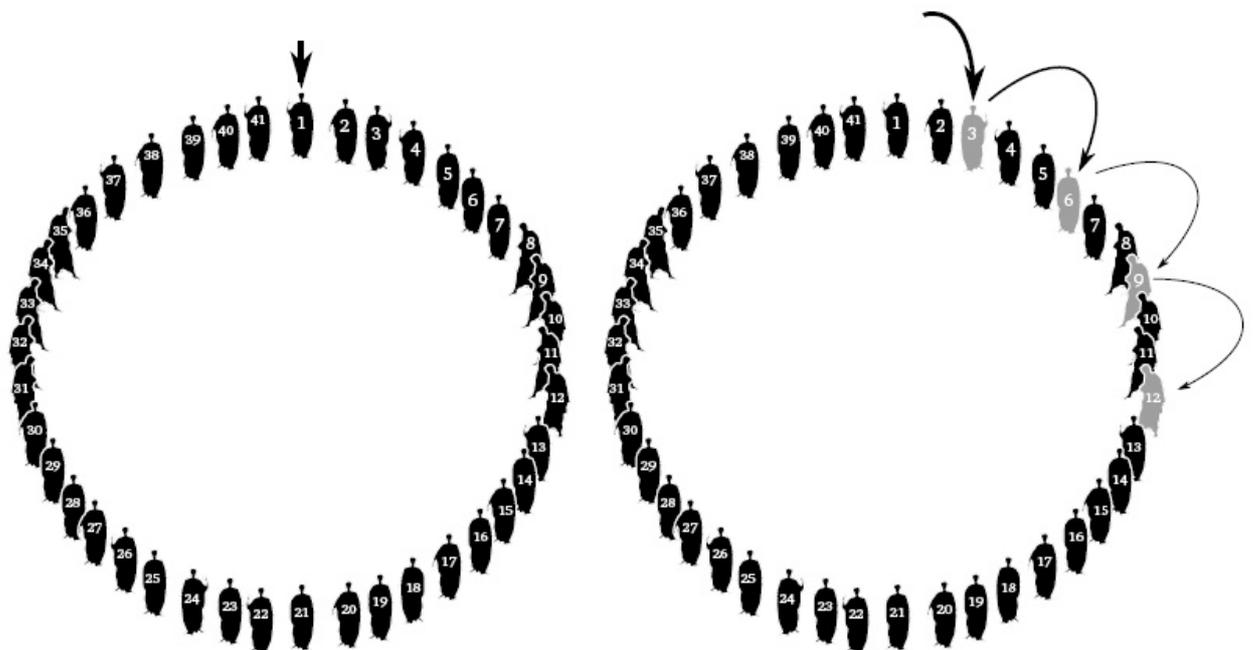


Autour du problème de Josèphe

par Laurent Signac
chercheur au Laboratoire d'Informatique et d'Automatique pour les
Systèmes (LIAS, EA 1219, université de Poitiers), maître de conférence
en informatique à l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers
(ENSIP)

S'il est un petit problème amusant duquel on décroche difficilement, c'est bien le problème de Josèphe. Il s'agit d'un divertissement arithmétique relativement connu, qui revient régulièrement dans la littérature de vulgarisation mathématique ou même informatique. Il appartient à la famille des problèmes de *décimation*. L'origine un peu sanglante¹ de ce mot prend d'ailleurs tout son sens dans le cas du problème de Josèphe.

L'énoncé en est fort simple : 41 personnes sont disposées en cercle et une origine est choisie (figure 1a).



(a) Une origine est choisie dans le cercle des 41 personnes.

(b) Les premiers éliminés portent les numéros 3, 6, 9 et 12.

Figure 1: Procédé de décimation.

1. Le terme de *décimation* trouve son origine dans une punition militaire romaine qui consistait à «éliminer» une personne sur dix dans un groupe. On procédait probablement par tirage au sort.

En commençant sur cette personne, on compte : 1, 2, et la troisième personne est supprimée². Puis on continue : 1, 2 et on supprime la troisième personne. Les premières personnes qui sortent du cercle portent donc les numéros : 3, 6, 9, 12... comme indiqué figure 1b. Le même procédé est répété tout autour du cercle (figure 2a). Attention, après un tour complet, il y a des places vacantes, et ça se complique. Voici les numéros des malheureux perdants dans l'ordre de leur élimination (figure 2b) :

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 1, 5, 10, 14, 19, 23, 28...

La question est : Où se placer dans le cercle d'origine pour être le dernier survivant ? Autrement dit, quel sera le dernier numéro restant dans le cercle ?

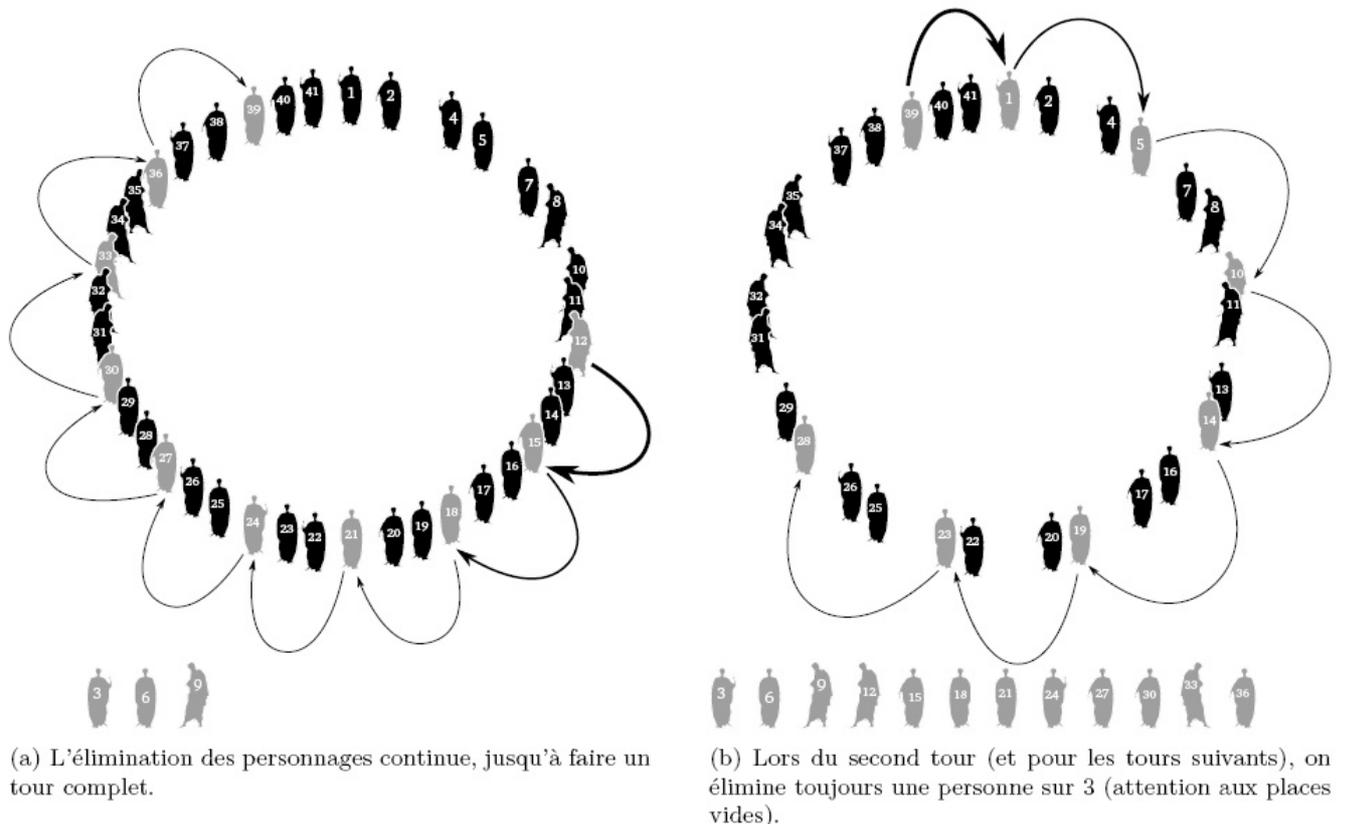


Figure 2: Poursuite du procédé de décimation.

2. Le terme de décimation sera maintenant employé même si on sélectionne une personne sur n avec n différent de 10.

I - GUERRE DES JUIFS

Le problème précédent est généralement rattaché à l'histoire de Flavius Josèphe, « historien » du I^{er} siècle, qui a raconté cet épisode de sa vie (il faisait partie des 41 personnes) dans son ouvrage : *Guerre des Juifs*. Chaque personne désignée par le procédé qui vient d'être détaillé était alors tuée par la personne désignée après elle. Flavius Josèphe a donc manifestement su résoudre le problème.

Mathématiquement, dans le cas général (pour un nombre de personnes quelconque, et un comptage qui n'est pas forcément de 3 en 3), la solution ne peut pas être obtenue par un calcul direct³. C'est d'ailleurs probablement l'absence de solution directe générale qui a fait résister le problème au temps et le rend intéressant aujourd'hui encore. En outre, il est assez facile, quelles que soient les données de départ cette fois-ci, de *simuler* la phase de décimation avec un ordinateur, pour finalement obtenir comme réponse le numéro du dernier survivant dans le cercle et plus généralement l'ordre d'élimination : un tel programme est même assez amusant à faire et les programmeurs potentiels sont encouragés à ne pas consulter la solution proposée à la fin de cet article avant d'avoir trouvé par eux-mêmes.

Enfin, la dimension historique ne peut qu'aiguiser la curiosité et il est difficile de ne pas être tenté de rechercher des détails supplémentaires sur la façon dont le héros d'origine s'est tiré d'affaire en ces temps reculés. On lit en effet dans les présentations contemporaines que l'histoire se serait déroulée lors du siège de Jotapata par Vespasien⁴, en 67, alors que les 41 personnes (Flavius Josèphe, alors gouverneur de la cité, et 40 soldats) étaient acculées dans une caverne, refusant de se rendre. Le contexte historique nous permet de mesurer plus facilement la prouesse de Flavius Josèphe : sa situation, terré dans une caverne assiégée, sachant que la moindre erreur de calcul lui coûtera la vie, n'est pas particulièrement propice au repos de l'esprit nécessaire à la résolution du problème de tête pour un cercle de 41 personnes.

La tentation est donc grande de rechercher des précisions non plus dans un texte de divertissements mathématiques, mais plutôt dans une des nombreuses traductions issues de manière plus ou moins directe du texte de Flavius Josèphe. La

3. Il existe des solutions basées sur des récurrences, d'autres basées sur le calcul de suites annexes (suites géométriques « arrondies »), mais pas de calcul direct dans le cas général.

4. Qui deviendra empereur deux ans plus tard.

première version qui s'est présentée est disponible sur *Gallica*. Il s'agit des *Œuvres complètes de Flavius Josèphe*, publiées à partir de 1911 sous la direction de Théodore Reinach, et traduites du grec par René Harmand. Le passage est situé dans le Livre III de la *Guerre des Juifs*, chapitre VIII⁵ :

388. met alors sa confiance dans la protection de Dieu : « Puisque, dit-il,
 389. nous sommes résolus à mourir, remettons-nous en au sort pour déci-
 390. der l'ordre où nous devons nous entretuer : le premier que le hasard
 désignera tombera sous le coup du suivant et ainsi le sort marquera
 successivement les victimes et les meurtriers, nous dispensant d'atten-
 ter à notre vie de nos propres mains. [Car il serait injuste qu'après que
 les autres se seraient tués il y en eût quelqu'un qui pût changer de
 391. sentiment et vouloir survivre¹. » Ces paroles inspirent confiance, et
 après avoir décidé ses compagnons, il tire au sort avec eux. Chaque
 homme désigné présente sans hésitation la gorge à son voisin dans
 la pensée que le tour du chef viendra bientôt aussi, car ils préféreraient
 392. à la vie l'idée de partager avec lui la mort. A la fin, soit que le hasard,
 soit que la Providence divine l'ait ainsi voulu, Josèphe resta seul avec
 un autre : alors, également peu soucieux de soumettre sa vie au ver-
 dict du sort ou, s'il restait le dernier, de souiller sa main du sang d'un
 compatriote, il sut persuader à cet homme d'accepter lui aussi la vie
 sauve sous la foi du serment².
393. 8. Ayant ainsi échappé aux coups des Romains et à ceux de ses pro-
 pres concitoyens, Josèphe fut conduit par Nicanor auprès de Vespasien.
 De toutes parts les Romains accouraient pour le contempler et, autour
 du prétoire³, il y eut une presse énorme et un tumult en sens divers :
 les uns se félicitaient de la capture du chef, d'autres proféraient des
 menaces, quelques-uns se poussaient simplement pour le voir de plus
 394. près. Les spectateurs les plus éloignés criaient qu'il fallait châtier cet
 ennemi de Rome, mais ceux qui étaient à côté se rappelaient ses
 belles actions et ne laissaient pas d'être émus par un si grand chan-
 395. gement. Parmi les généraux il n'y en eut pas un qui, si fort qu'il eût
 396. d'abord été irrité contre lui, ne se sentit quelque pitié à sa vue : Titus

1. Destinon supprime cette phrase comme interpolée. D'ailleurs, même avec le procédé suggéré par Josèphe, il y aura toujours un dernier survivant qui devra forcément se tuer lui-même.

2. Il est permis d'avoir des doutes sur l'authenticité de cette historiette qui a fourni aux mathématiciens, depuis la Renaissance, un piquant sujet de problème.

3. Nous lisons avec Holwerda : περί τῷ στρατηγίῳ (mss. : τῷ στρατηγῷ, τοῦ στρατηγού, etc.).

5. Source [Gallica](#).

Voici le passage en question :

Puisque, dit-il, nous sommes résolus à mourir, remettons-nous en au sort pour décider l'ordre où nous devons nous entretuer : le premier que le hasard désignera tombera sous le coup du suivant et ainsi le sort marquera successivement les victimes et les meurtriers, nous dispensant d'attenter à notre vie de nos propres mains [...] À la fin, soit que le hasard, soit que la Providence divine l'ait ainsi voulu, Josèphe resta seul avec un autre : alors, également peu soucieux de soumettre sa vie au verdict du sort ou, s'il restait le dernier, de souiller sa main du sang d'un compatriote, il sut persuader à cet homme d'accepter lui aussi la vie sauve sous la foi du serment.

Algorithmiquement parlant, on reste un peu sur sa faim. Il est plus question de *hasard* et de *Providence divine* que de calculateur prodige. Excepté le nombre de personnes, qui est effectivement 41 dans ce texte (on le trouve dans les pages qui précèdent), il n'est pas fait mention d'un cercle, ni d'un quelconque moyen algorithmique de désigner les personnes à exclure du cercle en comptant de 3 en 3.

Le traducteur René Harmand émet d'ailleurs dans une note de bas de page quelques réserves sur l'authenticité de l'histoire contée par Flavius Josèphe, tout en admettant qu'elle a, depuis la Renaissance, donné naissance à un « piquant sujet de problème ».

Enfin, le texte sous-entend qu'au moment où il ne reste plus que Josèphe et son compagnon comme survivants, le premier propose d'arrêter le processus de décimation craignant de mourir ou de devoir donner la mort. Or, à ce moment, Josèphe sait nécessairement dans quelle situation parmi les deux possibles il se trouve. Si le dernier meurtre a été commis par lui (ce qui est peu probable, puisqu'il se soucie alors de ne pas devenir un meurtrier), c'est à son tour de mourir. Si en revanche il a été commis par son compagnon, c'est à Josèphe de prendre le rôle d'assassin et il a l'assurance d'être le seul survivant. Comme il se trouve très probablement dans la seconde situation, il s'en suit que Josèphe a réellement épargné un compagnon, probablement pour ne pas devenir lui-même un meurtrier. Cette imprécision enlève encore un peu à la crédibilité de l'histoire.

Cependant, la traduction que nous avons utilisée a bien sûr été réalisée à partir de textes qui ne sont pas les textes originaux⁶ (*a priori* perdus). Il est tout à fait concevable qu'il existe plusieurs versions de ce passage, contenant plus ou moins

6. Flavius Josèphe aurait écrit en araméen, puis aurait lui-même rédigé une traduction en grec. Les traductions latines ne seraient apparues que plus tard.

de détails sur le procédé et l'astuce de Flavius. Voici par exemple le même passage, situé dans le volume 5 de *l'Histoire des Juifs*, livre III, chapitre XLIV. Cette traduction du grec, due à Arnauld d'Andilly, a été publiée de nombreuses fois depuis le XVII^e siècle (ci-dessous, l'édition de 1744) :

428 GUERRE DES JUIFS CONTRE LES ROM^s

tés, ils ne pouvoient s'empêcher de révé-
rer un chef pour qui ils avoient tant d'esti-
me, ils sentirent leurs bras s'affoiblir; leurs
épées leur tomboient des mains, & dans le
même-tems qu'ils lui portoient quelques
coups, leur affection pour lui s'opposant à
leur colere en diminuoit tellement la force,
qu'elle les rendoit inutiles.

Joseph de son côté ne perdoit point le
jugement dans un si pressant péril: mais se
confiant en l'assistance de Dieu, il leur par-
la en ces termes: « Puisque vous êtes réso-
« lus de mourir, jettons le sort pour voir
« qui fera celui qui devra être tué le pre-
« mier par celui qui le suivra: & continuons
« toujours d'en user de la même sorte, afin
« que nul de nous ne se tuë de sa propre
« main, mais reçoive la mort par celle d'un
« autre. » Cette proposition fut reçue de
tous avec joye, parce qu'ils ne pouvoient
douter que Joseph ne fût bien-tôt du nom-
bre de ceux qui seroient tués, & qui pré-
féroient à la vie une mort qui leur seroit
commune avec lui.

270. Ainsi le sort fut jetté: & celui sur qui il
tomboit, tendoit la gorge à celui qui le de-
voit tuer: ce qui continua jusques à ce qu'il
ne resta plus que Joseph & un autre, soit
que cela arrivât par hazard, ou par une
conduite particuliere de Dieu. Alors Joseph
voyant que s'il eût encore jetté le sort, ou
il lui auroit fallu tremper ses mains dans le
sang d'un de ses amis, il lui persuada de vi-
vre, après lui avoir donné parole de le sau-
ver.

Nous pouvons y lire :

Puisque vous êtes résolus de mourir, jetons le sort pour voir qui sera celui qui devra être tué le premier par celui qui le suivra : & continuons toujours d'en user de la même sorte [...] Ainsi le sort fut jeté : & celui sur qui il tombait, tendit la gorge à celui qui le devait tuer : ce qui continua jusqu'à ce qu'il ne resta plus que Joseph & un autre, soit que cela arrivât par hasard, ou par une conduite particulière de Dieu. Alors Joseph voyant que s'il eût encore jeté le sort, ou il lui aurait fallu tremper ses mains dans le sang d'un de ses amis, il lui persuada de vivre, après lui avoir donné parole de le sauver.

Même s'il apparaît un peu plus clairement ici que Josèphe a épargné l'avant-dernier survivant, on reste là-encore sur sa faim en ce qui concerne le procédé précis employé pour la décimation : pas de cercle, c'est le sort qui désigne les victimes, et Josèphe s'en tire sans calcul.

@@@@@@@

Signalons enfin une troisième version, appelée *Prise de Jérusalem*, écrite en slavon (russe ancien) et tirée de différents manuscrits des XV^e et XVI^e siècles contenant le texte entier ou des bribes mêlées à d'autres chroniques. Ces différents manuscrits pourraient provenir de traductions slavonnes plus anciennes (XII^e ou XIII^e siècle) de textes encore plus anciens et maintenant perdus. En effet, la version paléo-slave diffère sur plusieurs points des versions européennes que l'on connaît. Elle contient en particulier des détails sur la vie de Jésus ou de Jean le Baptiste. Savoir si ces détails ont été ajoutés par le traducteur slave ou s'il a utilisé pour sa traduction une version maintenant perdue qui contenait déjà ces détails reste de la spéculation. Il est possible qu'il y ait un peu des deux.

Une traduction en français du texte en vieux russe, réalisée par Pierre Pascal, a été publiée en deux tomes par l'Institut d'Études Slaves en 1934 et 1938, sous le nom *La prise de Jérusalem de Josèphe le Juif*. Le texte russe a été imprimé en regard du texte français. Plus tard, en 1965, la même traduction, mais sans le texte russe, a été publiée aux Éditions du Rocher.

Dans la version paléo-slave figure l'épisode de la caverne. Voici la traduction qui est donnée par P. Pascal :

Alors Josèphe, confiant son salut à la tutelle de Dieu, dit : «Puisque Dieu a voulu que nous mourions, tuons nous en comptant les chiffres : celui sur qui tombera la fin du compte recevra la mort du suivant». Ayant ainsi parlé, il compta les chiffres avec habileté et par là les trompa tous. Ils se tuèrent tous

les uns les autres, sauf un. Josèphe, soucieux de ne pas souiller sa main du sang d'un compatriote, le supplia, et tous deux sortirent vivants.

Cette version est bien différente de celles que nous avons vues pour l'instant. S'il est toujours question de *confier son salut à la tutelle de Dieu*, la phrase « *il compta les chiffres avec habileté et par là les trompa tous* » laisse peu de place à l'ambiguïté.

Voici une copie manuelle du texte slavon :

И ТАКО РЕКЪ, ПОЧТЕ ЧИСЛА СЪ МОУДРОСТНО,
И ТЪМ ПРИБЛАДЕ ВСА.

Le terme traduit par habileté en français (МОУДРОСТНО) peut aussi être interprété comme *sagesse*, donnant un sens différent (proche de la résignation) à la phrase.

La trace du Josèphe calculateur n'est pas inexistante, mais il manque les détails techniques sur le procédé de décimation. De plus, les possibilités d'investigations sur ce texte sont réduites. Aussi, plutôt que de rechercher de nouvelles traductions issues du récit de Josèphe, reprenons le problème dans l'autre sens et cherchons à savoir où les auteurs de divertissements mathématiques ont déniché leur idée de problème arithmétique. Peut-être trouverons-nous les références d'une version particulière de la *Guerre des Juifs*.

II - RÉCRÉATIONS ARITHMÉTIQUES

Le problème étant presque « passé dans les mœurs », les ouvrages récents présentent le *fameux passage de la caverne* sans donner de source exacte. Il faut se tourner vers des auteurs spécialisés des XIX^e et XX^e siècles pour obtenir de nouvelles informations. Plus particulièrement, des problèmes identiques ou similaires se retrouvent (par exemple) chez Édouard Lucas, bien connu pour son jeu des tours de Hanoï, source inépuisable de tracasseries pour les étudiants en informatique, et Ernest Dudeney.

L'ouvrage en langue anglaise *Amusements in mathematics* d'Ernest Dudeney, publié en 1917, présente un problème similaire à celui de Josèphe, à base de chats

et de souris. Il ne permet pas vraiment d'avancer dans la quête de la vérité sur la prouesse calculatoire de Flavius, mais propose une variante amusante.

L'ouvrage de Dudeney est mis à disposition par le projet Gutenberg⁷. Voici une traduction en français du problème 232 accompagnée de la figure illustrant l'énoncé dans l'ouvrage original.



« Ne triche pas ! » dit la souris. « Tu connais les règles du jeu. »

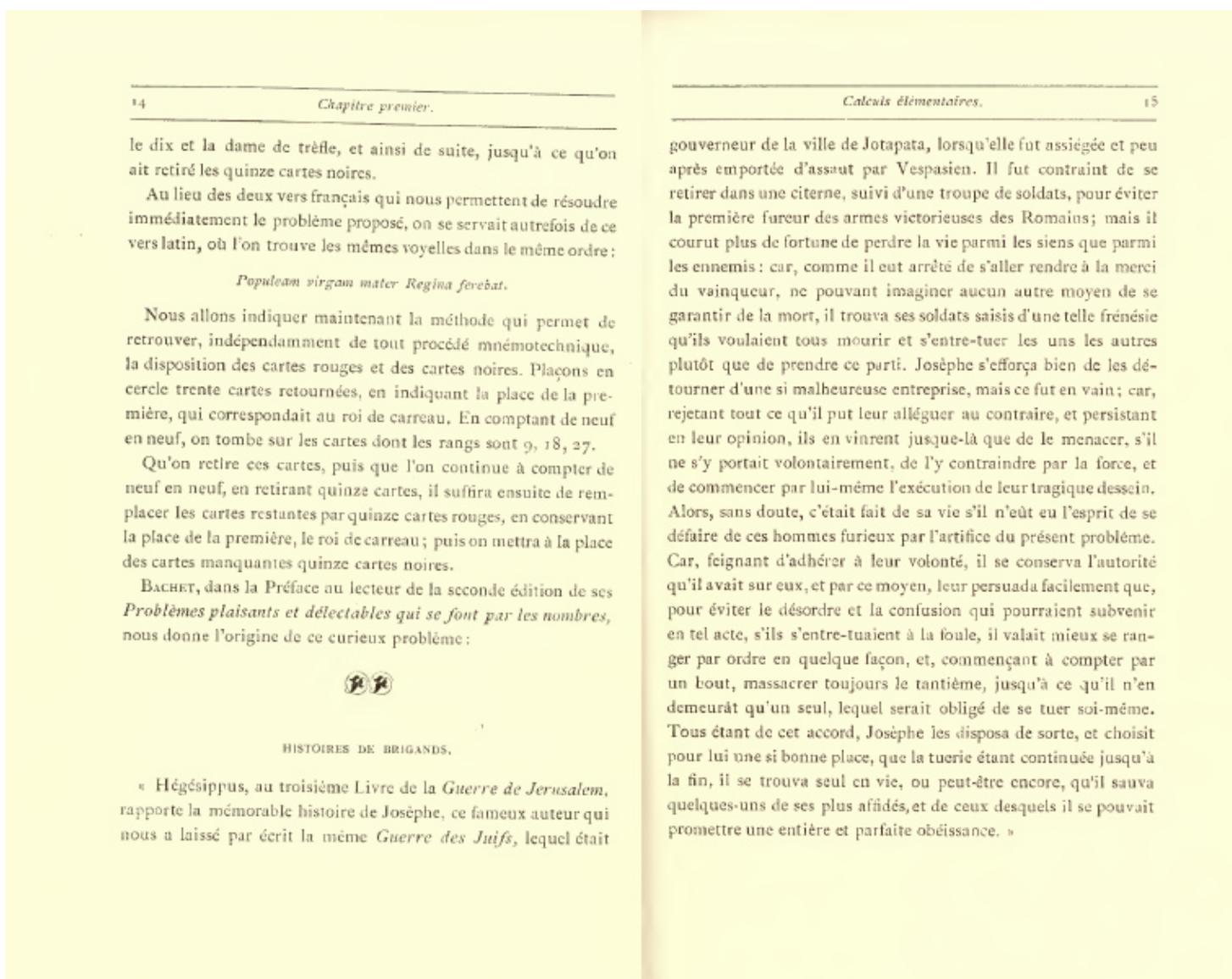
« Je connais les règles », dit le chat. « Je dois tourner tout autour du cercle, en restant dans le même sens que vous, et manger chaque fois la treizième souris, mais je dois garder la blanche comme gâterie finale. Treize est un nombre qui porte la poisse, mais je vais faire de mon mieux pour vous satisfaire. »

« Dépêche-toi alors », hurla la souris. « Laissez-moi un peu de temps pour réfléchir », dit le chat, « je ne sais pas par laquelle d'entre vous commencer. Je dois faire le calcul. »

Alors que le chat résolvait le casse-tête, il s'endormit et, le sort étant ainsi rompu, les souris rentrèrent chez elles saines et sauvées. Par quelle souris le chat aurait-il dû commencer pour que la souris blanche fût la dernière mangée ?

7. [Page](#) du site Gutenberg.

C'est bien le même problème. Il donne l'impression d'être posé à l'envers mais passer d'une solution « à la Josèphe » (qui est le dernier ?) à une solution « à la chat » (par qui commencer pour terminer sur une position prédéterminée ?) est immédiat⁸. Le problème du chat est amusant, mais ne fait malheureusement pas avancer sur l'origine du problème de Josèphe. De son côté, Édouard Lucas nous livre sa version dans *l'Arithmétique amusante*, publiée de manière posthume en 1895⁹. Après avoir exposé une autre variante que nous évoquerons plus loin, il donne des indices sur l'origine du problème de Josèphe :



8. On passe d'un problème à l'autre en modifiant simplement l'origine de la numérotation, autrement dit en décalant les numéros.

9. Disponible sur le site archive.org ([lien](#)).

Nous lisons que :

Bachet, dans la préface au lecteur de la seconde édition de ses Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres, nous donne l'origine de ce curieux problème :

« Hégésippus, au troisième Livre de la Guerre de Jerusalem, rapporte la mémorable histoire de Josèphe, [...] Josèphe les disposa de sorte, et choisit pour lui une si bonne place, que la tuerie étant continuée jusqu'à la fin, il se trouva seul en vie [...] »

Non seulement Lucas semble confirmer que la survie de Josèphe n'a pas été un fait du hasard, mais nous avons maintenant deux références supplémentaires :

- Claude Gaspard Bachet, sieur de Méziriac, un auteur du XVII^e siècle que l'on considère souvent comme étant le premier auteur français de divertissements mathématiques,
- et surtout, une autre version de la *Guerre de Juifs*, intitulée *Guerre de Jerusalem*, écrite par un certain Hégésippus et dans laquelle on doit trouver que: *Josèphe les disposa de sorte, et choisit pour lui une si bonne place...*

@@@@@@

Penchons-nous en premier lieu sur le texte de Bachet. La seconde édition des *Problèmes plaisants et délectables* datant de 1624 (la première a été publiée 12 ans plus tôt), est disponible sur Gallica¹⁰ :

PREFACE
lance. En outre ie ne crois pas, que ceux qui auront pénétré dans ce liure plus auant eue l'escorce, le iugent de li peu de valeur, que feront ceux-là qui n'en auront leu que le tiltre: car encor que ce ne soyent que des ieux, dont le but principal est de donner vne honneste recreation, & d'entretenir avec leur gentillesse vne compagnie, si est-ce qu'il faut bien de la subtilité d'esprit, pour les pratiquer parfaitement, & faut estre plus que médiocrement expert en la science des nombres, pour bien entendre les demonstrations, & pour se scauoir ayder de plusieurs belles inuentions, que j'ay adioutees. Finalement, pour prouuer encore que ce liure n'est point du tout inutile, & que la cognoissance de ces Problemes peut seruir grandement en quelque occasion, ie ne veux employer que le témoignage d'Hégésippus au troisieme liure de la prise de Hierusalem. La

AV LECTEUR.
il rapporte la memorable hiftoire de Iosephe, ce fameux Auteur qui nous a laissé par escrit la mesme guerre des Juifs, lequel estât gouuerneur dans la ville de Iorapata, lors qu'elle fut assiegee, & peu apres emportee d'assaut par Vespasian, il fut contraint de se retirer dans vne cisterne, s'uiui d'vne troupe de foldats, pour euiter la premiere fureur des armes victorieuses des Romains. Mais il courut plus de fortune de perdre la vie parmy les siens, que parmy les ennemis: Car comme il eut arresté de s'aller rendre à la mercy du vainqueur, ne pouuant imaginer aucun autre moyen de se garantir de la mort, il treuva les foldats faillis d'vne telle frenesie, qu'ils vouloient tous mourir, & s'entretuer les vns les autres, plustost que de prendre ce party. Iosephe s'efforça bien de les destourner d'vne si mal-heureuse entreprise, mais ce fut en vain; car rejeztas tout ce qu'il pueit leur al-

PREFACE
leguer au contraire, & persistans en leur opinion, ils en vindrent iusques là, que de le menacer, s'il ne s'y portoit volontairement, de l'y contraindre par force, & de commencer par luy mesme l'execution de leur tragique dessein. Alors sans doute c'estoit fait de sa vie, s'il n'eust eu l'esprit de se defaire de ces hommes furieux, par l'artifice de mon 13. Probleme. Car feignant d'adherer à leur volonte, il se conserua l'authorité qu'il auoit sur eux, & par ce moyen leur persuada facilement, que pour euiter le desordre & la confusion, qui pourroient suruenir en tel acte, s'ils s'entretuoient à la foule, il valoit mieux se ranger par ordre en quelque façon, & commençant à conter par vn bour, massacrer tousiours le tantiesme. (l'Auteur n'exprime par le quantiesme) iusques à ce qu'il n'en demeurast qu'vn seul, lequel seroit obligé de se tuer soy-mesme. Tous estans de cet

AV LECTEUR.
accord, Iosephe les disposa de sorte, & choisit pour luy vne si bonne place, que la tuerie estant continuee iusques à la fin, il se trouua seul en vie, ou peut estre encore qu'il sauua quelques vns de ses plus affidez: & de ceux desquels il se pouuoit promettre vne entiere & parfaite obeissance. Voyla vne hiftoire bien remarquable, & qui nous apprend assez, qu'on ne doit point mespriser ces petites subtilitez, qui aiguissent l'esprit, habitent l'homme à des plus grandes choses, & apportent quelquesfois vne vtilité non prouuee.
Reste que j'aduertisse le Lecteur, que ceste seconde edition est beaucoup plus accomplie, que la premiere: car outre qu'elle est plus correcte, elle est augmentee de plusieurs Problemes, & de la demonstration parfaite du Probleme, qui estoit le cinquiesme en la premiere edition, & qui est le sixiesme en ceste-

10. [Page](#) du site Gallica.

Nous lisons dans la préface :

Finalem^{ent}, pour prouver encore que ce livre n'est point du tout inutile, & que la connaissance de ces Problèmes peut servir grandement en quelque occasion, je ne veux employer que le témoignage d'Hégésippus, au troisième livre de la prise de Jérusalem. Là il rapporte la mémorable histoire de Josèphe, ce fameux auteur qui nous a laissé par écrit la même guerre des Juifs [...] il fut contraint de se retirer dans une citerne¹¹ [...] alors sans doute c'était fait de sa vie, s'il n'eût eu l'esprit de se défaire de ces hommes furieux, par l'artifice de mon 23 Problème. Car feignant d'adhérer à leur volonté [...] [il les] persuada facilement [...] [qu'] il valait mieux se ranger par ordre en quelque façon, et commençant à compter par un bout, massacrer toujours le tantième (l'auteur n'exprime pas le quantième) jusqu'à ce qu'il n'en demeurât qu'un seul, lequel serait obligé de se tuer soi-même. [...] Josèphe les disposa de sorte, et choisit pour lui une si bonne place [...] il se trouva seul en vie.

Le problème 23 dont il est question, une variante avec des turcs et des chrétiens sur un bateau, est celui dont s'est inspiré Édouard Lucas. En voici le texte, issu de la même édition de 1624 :

174

PROBLEME
XXIII.

Estant psoposé quelque nombre d'vnitez distinguées entre elles, les disposer & ranger par ordre en telle sorte, que reietant tousiours la neuuiesme, ou la dixiesme, ou la tantiesme que l'on voudra, iusques à vn certain nombre, les restantes soyent celles que l'on voudra.

Nà accoustumé de proposer ce Probleme en ceste sorte, Quinze Chrestiens & quinze Turcs se treuent sur mer dans vn mesme nauire, & s'estant esleuee vne terrible tourmente, le pilote dit qu'il est necessaire de ietter dans la mer la moitié des personnes qui sont en la nef, pour sauuer le reste. Or cela ne se peut faire que par sort; Partant on est d'accord que se rangeans tous par ordre, & contant de neuf, en neuf, on jette chaque neuuiesme dans la mer iusques à ce que de 30. qu'ils sont, il n'en demeure que 15. On demande comment il les faudroit disposer pour faire que le sort tombat sur les 15. Turcs sans perdre aucun des Chrestiens. Pour faire cecy

175

qui se font par les nombres.

cecy promptement, remarque ces deux vers:
*Mort tu ne falliras pas
En me liurant le trespas.*

Et pren garde seulement aux voyelles a e i o u. T'imaginant que la premiere a, vaut vn, la seconde e, vaut 2. la troisieme i, vaut 3. la quatrieme o, vaut quatre, & la cinquieme u, vaut 5, & d'autant qu'il faut commencer par les Chrestiens, en la premiere syllabe (Mort) la voyelle o te monstre qu'il faut en premier lieu mettre 4. Chrestiens; en la seconde syllabe (Tu) la voyelle u te monstre qu'il faut apres ranger 5. Turcs. Ainsi (ne) signifie 2. Chrestiens; (fal) vn Turc; (li) 3. Chrestiens; (ras) vn Turc (pas) vn Chrestien; (en) 2. Turcs; (me) 2. Chrestiens; (li) 3. Turcs; (vrant) vn Chrestien; (le) 2. Turcs; (tres) 2. Chrestiens; (pas) vn Turc. La regle generale pour faire le mesme en tout nombre despend de ce que ie diray en la demonstration.

DEMONSTRATION.

Voulant faire ce ieu en quel nombre que ce soit, par exemple en 30. imagine roy 30. vnitez toutes semblables comme celles que tu vois icy descrites, & commençant à conter par la premiere, marque la neuuiesme ou la tantiesme que l'o vouldra avec quelque signe comme mettant dessus quelque marque, puis conte despuis celle que tu as marquee, de la mesme facon, & marque aussi la neuuiesme, & continue à faire le mesme recommençant quand tu seras au bout, & sautât toutes celles que tu

11. La caverne est ici devenue une citerne. Ce n'est pas très surprenant, et le dictionnaire historique de la Bible du révérend Calmet nous indique que les termes lac (que nous verrons plus loin), citerne, caverne ou même tombeau peuvent désigner tous les quatre des réserves d'eau ou des sépultures.

L'objectif, pour le capitaine du bateau mentionné dans cette histoire, est de disposer 30 personnes (15 chrétiens et 15 turcs) de façon qu'en supprimant 15 d'entre elles en comptant de 9 en 9, les 15 restantes soient les chrétiens. Bachet propose un moyen mnémotechnique pour retenir les positions à donner aux turcs et aux chrétiens :

*Mort tu ne falliras pas
En me livrant le trépas*

Chaque voyelle est affectée à un numéro (1 pour *a*, 2 pour *e*, 3 pour *i*, 4 pour *o* et 5 pour *u*) et la phrase donne donc la série de chiffres : 4, 5, 2, 1, 3, 1, 1, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 1 qui indique que la disposition est : 4 chrétiens, 5 turcs, 2 chrétiens...

La disposition finale obtenue est donnée figure 3. De nombreuses autres phrases mnémotechniques, dans diverses langues (Lucas en donne une en latin, que nous retrouverons bientôt), existent pour ce problème que nous appellerons dans la suite la *variante 15-15*, où les chrétiens et les turcs sont parfois remplacés par des personnes habillées en blanc ou en noir, des pions de différentes couleurs, des enfants sages et des garnements...



Figure 3: Variante 15-15 : en décimant 1 sur 9, les 15 premiers éliminés seront les personnages grisés. Les 5 premiers sont désignés par les flèches.

Bachet conclut son 23^e problème en revenant sur celui de Josèphe :

qui se font par les nombres. 177
Turcs s'en iroyent, & les 10. Chrestiens demeureroient.
Or comme j'ay touché en la préface de cette œuvre,
c'est par ceste inuention que Iosephe se sauua tres-subti-
lement dans Jotapata ainsi qu'on recueille euidentment
des paroles d'Egesippus touchant ce fait au 3. Liure de
la guerre de Hierusalem. Et bien qu'il ne particularise
pas assez ceste action, toutesfois par ce qu'il dit nous
nous pouuons imaginer comme le tout se passa. Car ain-
si qu'il raconte, il y eut 40. Soldats qui se sauuerent avec
Iosephe dans le lac si bien qu'à conter ledit Iosephe ils
estoiert en tout 41. Partant supposons qu'il ordonna
que comptant de trois en trois, on tueroit tousiours le troi-
siesme: il est certain que procedant de la sorte, tu trouueras
en fin par la regle donnee en la demonstration, qu'il faut
que Iosephe se mit le trente-unesme apres celuy, par le-
quel on commençoit à conter, au cas qu'il visast à de-
murer en vie luy tout seul. Mais s'il voulut sauuer un
de ses compagnons, il le mit en sa seziesme place, & s'il
en voulut sauuer encor un autre, il le mit en la trente-
cinquiesme place.

Nous pouvons y lire :

Or comme j'ai touché en la préface de cette œuvre, c'est par cette invention que Josèphe sauva très subtilement dans Jotapata ainsi qu'on recueille évidemment des paroles d'Hégésippus touchant ce fait au 3 livre de la Guerre de Jerusalem. Et bien qu'il ne particularise pas assez cette action, toutefois par ce qu'il dit nous pouvons imaginer comme le tout se passa. Car ainsi qu'il raconte, il y eut 40 soldats qui se sauvèrent avec Josèphe dans le lac si bien qu'à conter ledit Josèphe ils étaient en tout 41. Partant, supposons qu'il ordonna que comptant de trois en trois, on tuerait toujours le troisième : il est certain que procédant de la sorte, tu trouveras en fin par la règle donnée en la démonstration qu'il faut que Josèphe se mit le trente-unième après celui par lequel on commençait à conter, au cas qu'il visait à demeurer en vie lui tout seul. Mais s'il voulut sauver un de ses compagnons, il le mit en sa

seizième place, & s'il en voulut sauver encore un autre, il le mit en la trente-cinquième place.

Il semble, à la lecture de ce passage, que ce soit le choix de Bachet de compter de 3 en 3 (il précise dans la préface citée précédemment que la valeur du *tantième* n'est pas donnée par Hégésippus). Même si cette valeur n'est pas précisée dans la *Guerre de Jerusalem*, cet ouvrage devrait contenir, toujours d'après Bachet, le protocole d'élimination utilisé par Josèphe, certes peu détaillé, mais suffisant pour nous confirmer que Josèphe ne s'en est pas simplement remis à la Providence divine.

Notons au passage que, contrairement à une information qu'on rencontre parfois, pour autant que nous puissions en juger, Bachet ne s'est pas trompé sur le nombre de personnes (il y en a bien 41), ni sur la solution au problème (16 et 31). Ces valeurs sont tout aussi correctes dans la première édition de 1612.

L'ouvrage de Bachet a été réédité beaucoup plus tard, en 1874 (troisième édition), commenté et détaillé par A. Labosne. Une version ultérieure (la cinquième), publiée en 1884, est disponible sur le site du Conservatoire numérique des Arts et Métiers¹².

Dans cette cinquième édition, une note de Labosne, ajoutée dans la préface au lecteur, nous met en garde contre une mauvaise interprétation du texte de Josèphe dont le sort aurait été livré au hasard ou à la Providence. Néanmoins, Bachet insistant, comme Lucas, sur la version d'Hégésippus¹³ : il semble naturel de se mettre en quête de cette version particulière qui n'a *a priori* pas de raison d'être moins véridique qu'une autre.

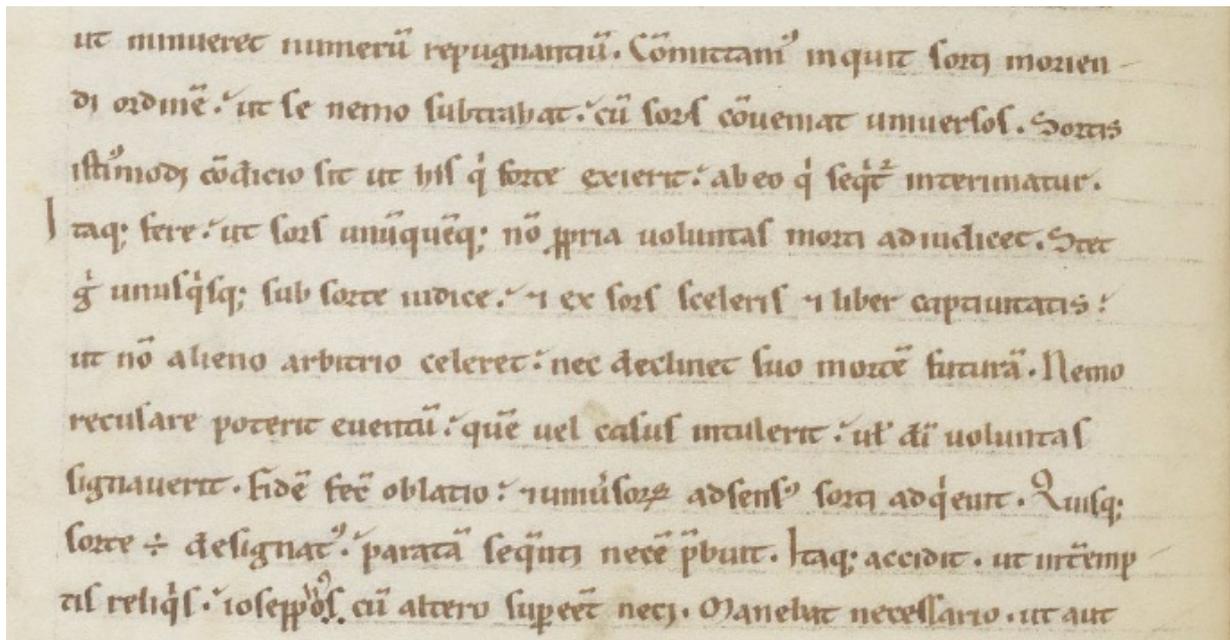
III - L'HÉGÉSIPPE

Gallica propose plusieurs versions de *L'Hégésippe*, dont une belle édition manuscrite¹⁴ du XIII^e siècle. Le passage se trouve au verso du feuillet 77 :

12. Page site [CNUM](#).

13. Ce point n'est pas développé ici, mais ajoute à la confusion de l'affaire : la *Guerre de Jérusalem (De excidio urbis Hierosolymitana)*, écrite vers 370, n'a pas été écrite par Hégésippe, qui vécut au II^e siècle, mais probablement par Saint-Ambroise de Milan (cette thèse n'est pas unanimement partagée et certains identifient *pseudo-Hégésippe* à un certain Isaac).

14. Page site [Gallica](#).



Une traduction, réalisée par I. Millet de Saint-Amour et publiée en 1556, est accessible par Google Books¹⁵ :

LIVRE III.

selon les saintes loix, qui nous ont esté laissées par noz peres: Soyez certains que la liberté nous en est maintenant de beaucoup plus grande, veu que noz saintes ordonnances nous defendent ceste maniere de mort.

Comme les Iuis, estans avec Iosephe, s'entreuerent & luy mesme, avec l'un des siens, vint es mains de Vespasian.

Chapitre 18.

Elles & semblables raisons alleguoit Iosephe à ceux, lesquels s'estoient retirez en la cisterne avec luy, pour leur oster de la fantasie ceste folle volonte de mourir. Mais iceux ayas vne fois pour toutes delibere de trouuer fin à leur vie, ne luy pouuans resister par paroles, se rengetent tous à l'entour de luy, chacun d'eux tenant l'espée toute nue, & le menaçant en cas qu'il ne s'y voullist accorder, de le faire trespasser sur le chap, & sans plus longuemet attendre. Toutefois par cela il ne fut beaucoup estonné, ains les destourna de leur temeraire entreprinse par l'autorité de capitaine qu'il estoit, accompagné de magnanimité de courage, laquelle luy estoit familiere à toutes heures: l'autre, par vn assureté & seurete regard: de cestuy il retenoit la dextre: il refroidissoit l'ardante colere de l'autre, l'adouccissant par admonitiôs salutaires: tellemet qu'en diuerses manieres mitiguoit la desreiglée fureur de tous ses cōpagnôs: lesquels, n'obstât que par defortune il fut tōbé en fort bas estat, malgré bō gré le fort malheureux luy portoiēt encotes telle reuerēce, que biē il meritoit. A cause de quoy petit à petit ils ostoiet leurs mains de sus luy, remettrās les espées en leurs fourreaux, cōbien qu'ils ne se

D'EGESIPPE.

157

ne se pouuoiet diuertir de leur mauuaise volonte. Quoy cognoissant, & que luy seul estoit assiegé de tant d'hommes, fortune l'auisa de diminuer le nombre, leur tenant tel propos. Compagnons, ie serois d'opinion, si vous en estes d'accord, que le sort soit iuge de l'ordre que nous deuous tenir à trouuer la fin de noz vies, veu qu'il tombera sus chacun de nous egalement, & qu'il n'y aura ame qui s'en puisse exempter. Et voila cōme nous serôs, celuy, à qui premieremet le sort viendra, sera tué par son suyuant, & ainsi des autres consecutiuelement, de sorte que le mesme sort seul condempnera vn chacun de nous à la mort, non pas nostre propre volonte. Parquoy il faut qu'vn chacun de nous obeisse à l'arrest donné par la chance, comme à celuy de nostre iuge, nous garantissant d'offencer nous mesme de noz mains, ensemblement de tomber au pouuoir de l'ennemi, pour estre captifs, nul de la compagnie pouuant auancer le trespass de son compaignon, ny euitter le sien, estant par ce moyen retranchée la puissance d'euitter les euenemens, que le hazard ou Dieu nous apottera. Ceste offre leur fut tant agreable qu'ils ne se doutèrent aucunement de ruse, quelle qu'elle fut, ainçois y donnerent prompt consentement d'une voix: tellement que sans contradiction ils s'entreuoient les vns les autres, comme le sort leur tomboit sus, le suyuant mettant à mort celuy qui le precedoit. De sorte que tous occis Iosephe demeura seul avec son cōpaignon, estant necessaire qu'il mourut, comme les autres; ou que du moins il fut contaminé du sang de son prochain, qu'il espancheroit. A quoy voulant obuier, luy conseilla quitter & renoncer au sort, comme il fit, dont il euita le combat, & sortirent ensemblement du creux de la cisterne, pour estre acconduis à Vespasian par Nicanor. Adonq vous eussiez peu voir de

LIVRE III.

tous les quartiers du camp les Romains accourir, desirant voir le pauvre Iosephe mis en si piteux estat & termes, est nagueres môté en si haut honneur, capitaine general d'vn si belle armée, & pais de telle estendue: Les autres y venoient pour se mocquer de luy & de sa prison: & les plus sages s'esmeruilloiet de l'incōllāce & soudaine mutatio des affaires humaines. Aucuns, estans encotes mieux au sez, lamentoiēt en leur cœur la calamité, en laquelle ils voient tombé ce grand personnage, considerans que cōm luy, ils pourroient vn iour estre miserables & desnuiez de fortune: entre lesquels estoit le ieune prince Titus, qui selon son acoustumée douceur & mansuetude estoit fort merruyoyant voyant celuy, qui autrefois & non long temps par auar auoit esté si braue capitaine, estre tombé en la mercy de ses auersaires, attendā la sentence qu'ils bailloiet contre luy n'ayant aucun espoir ny assurance de son salut. Si grant pouuoir ont petites occasiōs aux affaires belliques, que peu bien peu de cas, & en peu d'heure, les plus grans seigneurs sont rengez avec les plus petis soldats, les affligez & de condition basse eleuez à grandes richesses & honneurs. A cause de quoy, les principaux estoiet ceux qui conseilloyent qu'il fut traitté le plus doucement, mesmes entre les autres Titus fut intercesseur de luy sauuer la vie, Vespasian le faisa mettre en prison avec seure garde, de peur que gagnant à pied il trouuast moyen de se sauuer.

L'arriuee de Vespasian à Ptolemais & Cesarée: pu comme il enuoya partie de ses gens passer l'hyuer en lieu commode.

Chapitre 19.

Quel

15. [Page](#) Google Books.

Nous y lisons :

Compagnons, je serais d'opinion, si vous en êtes d'accord, que le sort soit juge de l'ordre que nous devons tenir à trouver la fin de nos vies [...] celui à qui premièrement le sort viendra sera tué par son suivant, et ainsi des autres consécutivement [...] Cette offre leur fut tant agréable qu'ils ne se doutèrent aucunement de ruse, quelle qu'elle fut, ainsi y donnèrent prompt consentement d'une voix : tellement que sans contradiction ils s'entretuaient les uns les autres, comme le sort leur tombait dessus, le suivant mettant à mort celui qui le précédait. De sorte que tous occis Josèphe demeura seul avec son compagnon, étant nécessaire qu'il mourut, comme les autres, ou que du moins, il fût contaminé du sang de son prochain qu'il épancherait.

Une nouvelle fois, la piste s'arrête. Même si les propos sont ambigus (les mots *sort* et *ruse* se côtoient), il n'est pas mentionné dans ce texte que les soldats aient été disposés d'une façon particulière, ni que Josèphe ait choisi sa *si bonne place*. Le mot *ruse* apparaît en revanche, alors qu'il était absent des versions *non-Hégésippe* de la *Guerre des Juifs*. Les deux passages importants, mentionnant le système de tirage au sort et le fait que les soldats ne se doutent pas d'une ruse, sont présents aussi dans la version latine manuscrite mentionnée un peu plus haut (bien qu'une hypothétique ruse n'y soit pas aussi clairement indiquée) :

Sortis istiusmodi condicio sit ut his qui sorte exierit ab eo qui sequitur interimatur.

Que la condition de ce type de tirage au sort soit que celui qui est sorti désigné par le sort soit tué par celui qui le suit.

Fidem fecit oblatio et universorum adsensus sorti adquevit.

L'offre inspira confiance et tous furent d'accord pour accepter le tirage au sort.

Se peut-il que Bachet soit l'auteur du problème, inspiré par la simple évocation, dans la traduction de l'Hégésippe, d'une ruse possible ? La première édition des *Problème plaisants et délectables* a été publiée en 1612. Le passage dans la préface est un peu différent dans la forme, mais identique sur le fond. Et le problème (le XX dans l'édition de 1612) est identique. La trace la plus ancienne du

Ahrens indique (second paragraphe de la page) :

Le même problème avait déjà été traité par Cardan, qui l'avait baptisé « le jeu de Josèphe (Iudus Joseph) », en référence à l'histoire racontée plus haut.

La note de bas de page précise :

D'après Cantor, notre jeu se trouve mentionné dans les travaux de Nicolas Chuquet, travaux imprimés pour la première fois au début des années 1880 et jusqu'alors diffusés dans des versions manuscrites.

V - CHUQUET, CARDAN ET TARTAGLIA

Parmi les sources citées par Ahrens, la plus ancienne est celle concernant Nicolas Chuquet. Ce dernier a, en effet, rédigé son manuscrit en 1484. La bibliothèque nationale en conserve un exemplaire. L'histoire de cet ouvrage est intéressante : possédé par Estienne de La Roche au xvi^e siècle, ce dernier l'a utilisé pour écrire son propre traité, *L'arithmétique*, publié en 1520¹⁷ (certains estiment qu'Estienne de La Roche a honteusement copié des passages du manuscrit de Chuquet sans citer sa source). Puis, l'ouvrage de Chuquet a été « oublié » pendant plus de 300 ans, avant d'être redécouvert par Aristide Marre qui l'a fait imprimer en 1880 et 1881 dans les *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche*¹⁸.

Le passage qui nous intéresse est situé dans les *Problèmes numériques faisant suite et servant d'application au Triparty en la Science des nombres de Nicolas Chuquet* et constitue le problème 146 (page 453). C'est très exactement le problème raconté par Bachet, bien que les religions des protagonistes ne soient pas les mêmes. Il s'agit aussi de compter de 9 en 9, et de sélectionner 15 personnes prédéterminées parmi 30. La figure 4 est une reproduction de l'illustration du problème 146 dans le manuscrit de Chuquet (cette illustration n'a pas été reprise dans l'imprimé de 1881).

17. *L'arithmétique* est consultable sur [Google Books](#).

18. Les publications de 1880 et 1881 sont accessibles en ligne ([ici](#) et [là](#)).

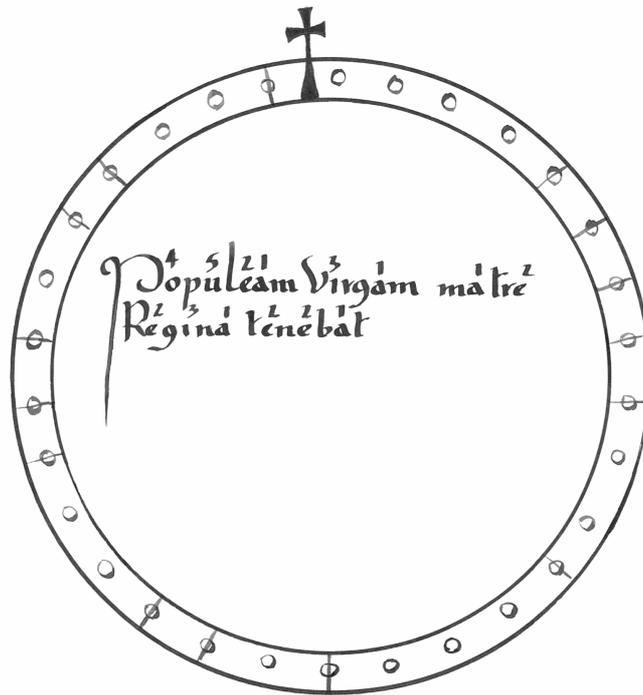


Figure 4 : Reproduction du dessin illustrant le problème 146 de Chuquet. Les cercles représentent la position de ceux qui seront sauvés, et les cercles barrés, la position de ceux qui périront. Notons, sur cette illustration, la phrase mnémotechnique (en latin) utilisée par Chuquet pour se souvenir de la manière d'agencer les 30 individus (Lucas donnait une phrase presque identique à la fin du xix siècle) : *Populeam virgam matre regina tenebat*¹⁹.

Dans son ouvrage, Chuquet ne mentionne en revanche pas Josèphe ni de problème similaire. Il ne s'intéresse qu'au problème du partage 15-15.

Une autre source donnée par Ahrens concerne l'ouvrage de Cardan, *Practica Arithmeticae*, publié en 1536. Entre la première édition des *Mathematische Unterhaltungen und Spiele* en 1901, et la dernière, en 1918, Ahrens affine sa position en indiquant que :

La première mention du jeu de Josèphe – «Ludus Joseph», comme il l'appelle – est apparue dans les Practica Arithmeticae de Cardan.

Le texte de Cardan peut être consulté dans son édition de 1536²⁰ ou dans une édition ultérieure (les *Opera Omnia*²¹). Le texte est le même dans les deux cas, et le passage qui nous intéresse est situé au milieu du paragraphe 18, à la fin du chapitre LXI, *De extraordinariis & Ludis*.

19. La reine mère tenait une branche de peuplier.

20. [Page](#) Google Books.

21. [Page](#) Universita degli Studi di Milano.

iori, & minori æqualiter, auget magis supra maiorem quam supra minorem, & ita remotis fraudibus, & scientia æquali existente, impossibile quasi esset pauperem non vincere, verum pauperes aliquando impedit timor, aut letitia, diuides autem non cum tanto affectu ludunt, & ideo securius, &c.

18 Ex his dicamus de ludis aliquid & sunt memoratiui, veluti quando quis vult intelligere numerum excogitatum, facit vt adiciat medietatem quod si non potest facit vt compleas, deinde facit iterum adicere medietatem, & si non potest facit vt compleas, deinde proicit. 9. & quotiens proicit totiens 4. inuenitur in numero excogitato, & causa est quia proportio 9. ad 4. est composita ex duabus sexquialteris, potest igitur accidere quadrupliciter & dabo tibi exemplum in 4. modis, cogitet primo 17. adde dimidium fit $25\frac{1}{2}$, & quia est fractio comple fit 26. adde fit 39, proice 9. quater igitur duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit primo loco igitur habuit 17. addendo vnitatem ad 16. cogitet secundo etiam 18. adde dimidium fit 27. dimidium fit 40. $\frac{1}{2}$ comple fractionem fit 41. proice 9. quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit secundo loco adde 2. fit igitur 18. & ita cogitauit cogitet tertio etiam 19. adde dimidium fit $28\frac{1}{2}$ & quia habet fractionem comple fit 29. adde dimidium fit $43\frac{1}{2}$ comple fit 44. proice 9. fit hoc quater duc 4. in 4. fit 16. & quia fractio fuit primo & secundo loco adde 3. fiet numerus cogitatus 19. cogitet quarto 20. adde dimidium fit 30, adde dimidium fit 45. diuide per 9. exit 5. duc in 4. fit 20. & quia nulla fuit fractio, ideò dices quod cogitauit 20. & hoc est generale. Et similiter cognoscunt annulum vbi fuerit abscondus inter plurimos homines. Et in qua manu, digito, & articulo. Et similiter inter tres res quis habeat distingunt, cum 18. tabulis, aut lapillis. Et similiter cognoscunt cartam numero cogitam per tertiam diuisionem in quatuor, & similiter ponunt quotquot voluerint circulas in circuitu & excipiunt albas dimittentes nigras, fit autem in 15. tabulis albis & totidem nigris sed potest fieri in quolibet numero, & dicitur ludus Ioseph, qui cum hoc focis vt dicant per sortem vt illi putabant mortem inuixit, ipse quia inopiã premebantur cum focio tantum seruatus est, & disponunt quotquot lapillos in circuitu & per duas contrarias numerationes faciunt exire cogitatum ex illis, & hic inter ceteros non intelligentibus est mirabilis, licet sit res simplex, & sunt ludi mentales & sunt vt vnus habet 1. 3. 6. potestate: alius. 2. 4. 5. & vadant ad 100. aut vnus 1. 3. 5. 8. 9. alius 2. 4. 6. 7. 10. & vadunt ad 100. qui perfecit vincit, & sunt magnæ inuentionis, & ego inueni æquitando & sine aliquo auxilio cum focio potes ludere & memoriam exercere, & ad sunt loca fallaciarum, & triumpho, & vacua in vnoquoque, vt non minor sit ludo schachorum mentali quantum igitur longam & inutile esset infinitas numerorum differentias in ludis referre ob hæc pertransimus

Tom. IV.

ita tamen vt scias horum duorum vltimorum eum qui fit per 1. 3. 6. minorem alium qui fit per. 1. 3. 5. 8. 9. maiorem appellari, fit etiã dando. 6. 2. 1. vtrique lusori imaginando fritillum & huius memoriz & ingenij non est finis, ita vt etiam cum ipso fritillo, nou parum sit optime lusisse, fit etiam ludus transitus, fit & interceptus, fit & ludus proportionalitatum dispositus in fine Arithmetice Fratris Iordani, sed de his fatis.

Pertinet & ad extraordinarias quæstiones 15 adicere quasdam interrogationes vt panis in valore frumenti solidorum 100. fit vnciarum 9. quando valet solidos 140. quot debet fieri vnciarum, duc 100. in 9. fit 900. diuide per 140. fit vnciarum $6\frac{3}{7}$: & ideo est ac si diceret si 140. fit 100. quid fiet 9. & patet quod est conuersa in operatione ad alias est tamen in similibus regula generalis.

C A P V T LXII.

De Datis.

Data dicuntur cognita cum ignota ex notis cognoscuntur, veluti cognosco quidem 10. & quid sit medietas, igitur cognosco etiam quid sit medietas. 10. quæ est 5.

Cognoscere qua dupliciter dicitur & omnibus his modis dicitur datum primo modo perfecte & nominatim, & hoc modo cognoscimus 7. & omnem numerum integrum, vel fractum, aut perfecte non tamen nominaliter veluti cum cognosco 8. 7. aut omnem quantitatem irrationalem, tertio modo cum cognoscimus secundum propinquum veluti cum scio cordas arcuum vel motus cœlestes, nam non sciuntur præcise nisi admodum pauca & hoc modo dicimus quod hoc cognitum insensibiliter differt ab incognito quod est vera quantitas, & hoc vtiuntur Astronomi, & præcipue Ptolomæus, quarto dicimus datū inter duas quantitates notas veluti cū dicimus quod proportio circūferentiæ ad diametrum est minor quam 22. ad 7. & maior tripla $\frac{10}{7}$, & hoc est dicere quod est maior quam 223. ad 71. & hic modus est quo vtiuntur Ptolomæus ad constituendam cordam vnus gradus, per cordam gradus & dimidij, & per cordam arcus trium partium ex quatuor vnus gradus, & hoc vtiuntur Ioannes Monte Regius contra Nicolaum de Cusa, & de his datis præfertur quidam liber Euclidi ascriptus.

His visis in quolibet quatuor modorum 2 cognoscimus aut differentiam, aut quantitatem, aut proportionem, & tunc vel differentia cognoscitur ex duabus quantitatibus cognitis, aut ex duabus proportionibus cognitis, aut ex quantitate & proportionem cognitis, & similiter aut quantitas cognoscitur ex quantitate & differentia, aut quantitate & proportionem, aut ex proportionem & differentia, & similiter aut cognoscimus proportionem est duabus quantitatibus, aut ex quantitate & differentia, & ita sunt 8. modi, & fit cognito, etiam in trigonis &

K 3 quantitatibus

Voici une traduction en français du bref passage concernant les jeux de décimation :

[...] *de la même manière, on pose en cercle autant de tablettes qu'on le souhaite et on sélectionne les blanches tout en écartant les noires ; disons qu'il y en ait 15 planches blanches et tout autant de noires, mais cela peut se faire avec n'importe quel nombre ; on connaît le jeu de Josèphe, qui avec celui-ci infligea la mort à ses compagnons de telle sorte que, dit-on, ceux-ci pensaient qu'elle leur arrivait par le sort, tandis que lui-même, vu que ceux-ci étaient pris au dépourvu, a été sauvé avec un compagnon seulement ; on dispose en cercle autant de petits cailloux qu'on le souhaite et pour deux comptés on en fait sortir un que l'on a choisi ; ce jeu, comme d'autres, semble admirable à ceux qui n'ont pas de jugement, bien que la chose soit simple...*

Cardan donne ici de manière très succincte les énoncés des deux problèmes. La version 15-15, avec des planchettes noires et blanches, et le jeu de Josèphe. Les règles qu'il donne sont étonnamment incomplètes : s'il mentionne bien le fait que l'on compte de 3 en 3²², il ne précise pas le nombre de personnes (qui est pourtant le seul élément précisé dans *Guerre des Juifs*), et ne donne donc pas non plus la solution au problème.

Nous avons vu que le problème de décimation en version 15-15 était plus ancien que l'ouvrage de Cardan, puisque Chuquet le mentionne déjà. Bien qu'il soit impossible de le vérifier, on peut penser que la version du problème reliée à Josèphe était probablement elle aussi en circulation avant que Cardan ne la mette par écrit. Dans le cas contraire, il aurait probablement mieux cité l'ouvrage de Josèphe, et aurait sans doute donné plus de détails (nombre de personnes, solution...).

@@@@@@

Avant de terminer ce tour d'horizon du problème de Josèphe à travers les âges, mentionnons l'ouvrage de Niccolò Tartaglia, *General trattato di numeri, et misura* publié entre 1556 et 1560, qui contient le problème sous la forme 15-15. Il est à peu près sûr que Tartaglia, au moment où il a écrit son ouvrage, avait pris connaissance de celui de Cardan, car il avait recherché dans ce dernier, avec

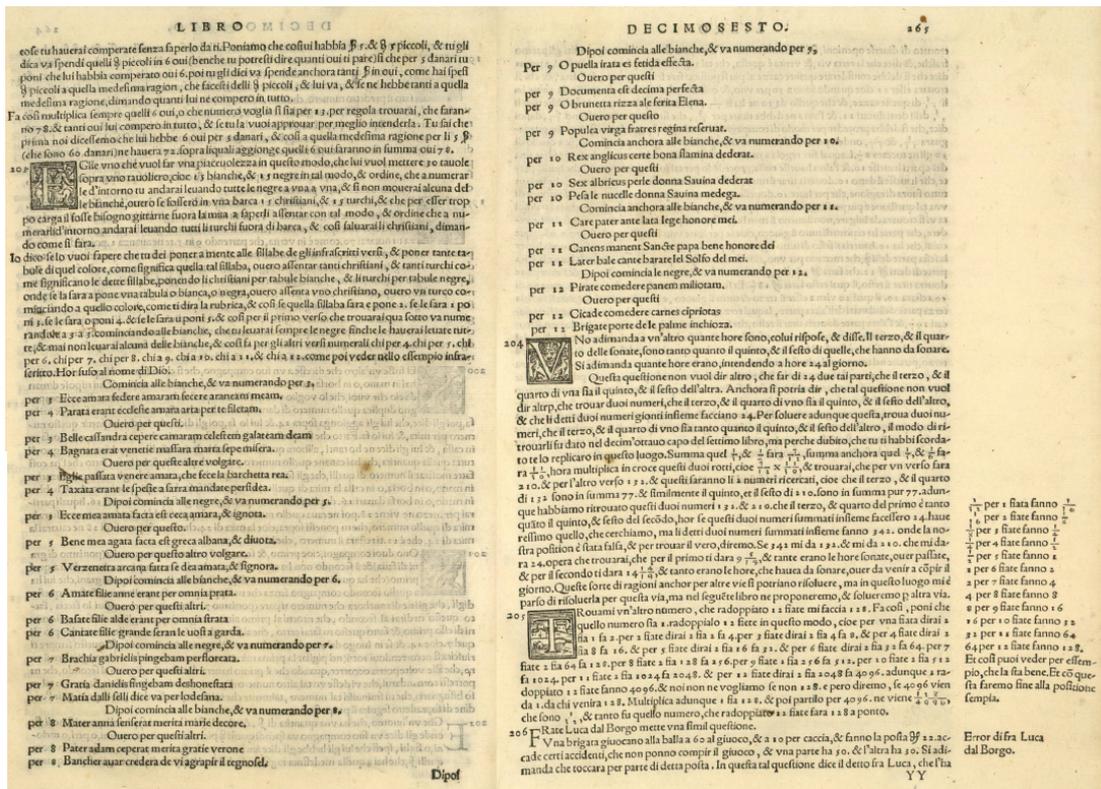
22. L'ouvrage de Cardan contient donc la plus ancienne mention du comptage de 3 en 3 que nous ayons trouvé.

angoisse, la méthode de résolution des équations polynomiales de degré 3, qu'il avait communiquée à Cardan, mais ne souhaitait pas voir publiée²³.

Le texte de Tartaglia est mis à disposition en version numérique par l'Université de Strasbourg²⁴ : le paragraphe qui concerne le problème de décimation est le 203. Voici une traduction en français du début du paragraphe :

Si quelqu'un veut me faire le plaisir suivant, à savoir mettre 30 pions sur un jeu de dames, dont 15 blancs et 15 noirs, de telle manière qu'en les numérotant du premier au dernier, tu soulèveras les noirs un à un tout en ne déplaçant aucun des blancs. Comme si dans une barque il y avait 15 chrétiens et 15 turcs, cette barque étant trop chargée, il était besoin d'en jeter dehors la moitié, savoir les asséoir de telle manière et dans tel ordre qu'en les numérotant tu pourras jeter tous les turcs hors de la barque, et ainsi sauveras les chrétiens, on demande comment ce faire.

Je dis si tu veux le savoir que tu dois garder à l'esprit toutes les syllabes des vers ci-dessous et mettre autant de pions de telle couleur (ou faire asséoir autant de chrétiens) de la manière figurée par ces dites syllabes.



23. Elle le sera néanmoins dans l'*Ars Magna* (1545) de Cardan après que celui-ci aura découvert que Tartaglia n'était pas le premier inventeur de la méthode de résolution de ces équations, mais que, toujours d'après Cardan, Scipione Dal Ferro l'avait précédé.

24. [Page](https://www.univ-strasbourg.fr/) site Université de Strasbourg.

Tartaglia donne ensuite la correspondance voyelle/chiffre que nous avons déjà mentionnée, et termine par une liste très fournie de phrases mnémotechniques permettant de retrouver la disposition des 30 personnes selon que la décimation est faite de 3 en 3 , de 4 en 4 etc...

Même s'il n'a pas traité du jeu de Josèphe, Tartaglia semble avoir abordé le problème de manière plus sérieuse que Cardan, ou tout au moins plus systématique, et a apporté sa pierre à l'édifice en proposant de nouvelles phrases mnémotechniques pour des variantes du jeu.

VI - CONCLUSION

Il n'est pas très satisfaisant de conclure tant les versions du texte historique de Josèphe comme les ouvrages de divertissements arithmétiques contenant le problème ou une variante sont nombreux. Chaque trouvaille se ramifie presque systématiquement en plusieurs nouvelles pistes à explorer.

Néanmoins, à défaut d'être originaux, nous pouvons tout au moins confirmer, textes à l'appui, que ni les versions «classiques», traduites du grec, ni la version de pseudo-Hégésippe de la *Guerre des Juifs* ne contiennent d'éléments établissant que Josèphe ait été un féru de problèmes arithmétiques.

Le cas de la version slavonne est moins évident. Nous pensons cependant que les traducteurs, slaves puis français, ont pu être influencés par la connaissance préalable du problème de décimation et l'ont ainsi intégré à l'histoire.

En ce qui concerne la paternité du *problème* de Josèphe, et même si Cardan l'a mentionné dans ses *Practica Arithmeticae*, le plus gros travail revient, pour ce que nous avons vu, à Bachet et à ses *Problèmes plaisants et délectables* publiés en 1612.

Le témoignage de Cardan nous laisse toutefois penser que, contrairement à d'autres divertissements dont l'auteur peut revendiquer la paternité, le problème de Josèphe a émergé de la nébuleuse des problèmes de décimation (comme la version 15-15 des turcs et des chrétiens) bien avant d'être publié. Cardan n'a probablement fait que rapporter un problème qui était alors bien connu. Dans le cas contraire, il

aurait certainement donné plus de détails. La paternité du problème de Josèphe, de ce point de vue là, ne revient donc sans doute ni à Bachet, ni à Cardan...

En ce qui concerne les problèmes de décimation en général, et plus précisément le problème 15-15 (partage en deux groupes) que nous avons vu apparaître plusieurs fois, les origines sont bien plus anciennes que celle que nous donnons ici (Chuquet, 1484) – ce type de problème apparaîtrait en effet déjà dans des ouvrages du XII^e siècle.



(septembre 2012)

Annexe : résolution informatique

Il serait impossible de terminer sans proposer une solution moderne au problème de Josèphe. La fonction Python suivante indique pour n personnes, et un comptage de p en p , quelle est la place à occuper pour être sauvé. Le troisième paramètre, facultatif, permet d'indiquer le nombre de personnes à sauver. La réponse donnée est la liste des positions qu'elles doivent occuper dans le cercle.

```
def josephe (n,p,m=1) :
    c=list (range(n))
    pos=0
    while len(c)>m :
        pos= (pos+p-1)%len(c)
        del c[pos]
    if len(c)==1 : return c[0]+1
    return tuple(v+1 for v in c)
```

On peut vérifier ainsi que la 31 place est bien celle que Josèphe devait occuper :

```
>>> josephe(41,3)
31
```

Il est ainsi immédiat de savoir que si vous vous trouviez dans une légion romaine comptant 6000 hommes et devant subir le sort des compagnons de Josèphe :

```
>>> josephe(6000,3,2)
(3949, 5864)
```

vos meilleur(e) ami(e) et vous devriez choisir les places 3949 et 5864.

@@@@@@

La solution au problème des turcs et des chrétiens est obtenue en demandant la liste des 15 derniers survivants pour une liste de 30 personnes et une décimation de 9 en 9 :

```
>>> josephe(30,9,15)
(1, 2, 3, 4, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 20, 21, 25, 28, 29)
```

L'ajout de la fonction suivante permet d'obtenir le placement tel qu'il est donné par Bachet :

```
def placement(seq,n) :
    s=[[1 in seq,1]]
    for i in range(2,n+1) :
        if s[-1][0]==(i in seq) : s[-1][1]+=1
        else : s.append([i in seq,1])
    return tuple([(T',C')[i],j) for i,j in s)
```

Nous obtenons ainsi :

```
>>> placement(josephe(30,9,15),30)
(('C', 4), ('T', 5), ('C', 2), ('T', 1), ('C', 3), ('T', 1), ('C', 1),
('T', 2), ('C', 2), ('T', 3), ('C', 1), ('T', 2), ('C', 2), ('T', 1))
```

On reconnaît la série : 4 chrétiens, 5 turcs, 2 chrétiens...

@@@@@@@

Enfin, il est possible de résoudre le problème du chat tel que l'a posé Dudeney ainsi :

```
>>> n=13
>>> josephe(n,n)
8
>>> n+1-josephe(n,n)
6
```

La dernière souris mangée sera la 8^{ème}. Par conséquent, pour terminer sur la souris blanche, le chat doit commencer à compter «1» sur la souris située 6 positions après la souris blanche.



Je remercie les éditions H&K qui m'ont permis de réutiliser des figures de l'ouvrage *Divertissements mathématiques et informatiques* (2011).

Merci à Céline Michaud, pour ses précisions sur la traduction de l'anglais (Dudeney), à Alexandre Moatti pour sa traduction de l'italien (Tartaglia), à Nima Yeganefar pour sa traduction de l'allemand (Ahrens), à Sergueï Martemianov pour ses indications sur le slavon, et à Anne-Sophie Traineau-Durozoy, pour sa traduction du latin (pseudo-Hégésippe, Cardan,...) et son aide précieuse en général.