DISCOURS
DE LA METHODE

Pour bien conduire ſa raiſon, & chercher la verité dans les ſciences.

PLUS

LA DIOPTRIQVE.
LES METEORES.
ET
LA GEOMETRIE.

Qui ſont des eſſais de cete METHODE.

Descartes.

A LEYDE
De l'Imprimerie de IAN MAIRE.
CIƆ IƆ C XXXVII.
Auec Priuilege.

LA
GEOMETRIE.

Aduertissement.

IUSQUES icy i'ay tasché de me rendre intelligible a tout le monde, mais pour ce traité ie crains, qu'il ne pourra estre leu que par ceux, qui sçauent desia ce qui est dans les liures de Geometrie. car d'autant qu'ils contienent plusieurs verités fort bien demonstrées, i'ay creu qu'il seroit superflus de les repeter, & n'ay pas laissé pour cela de m'en seruir.

LA GEOMETRIE.

LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

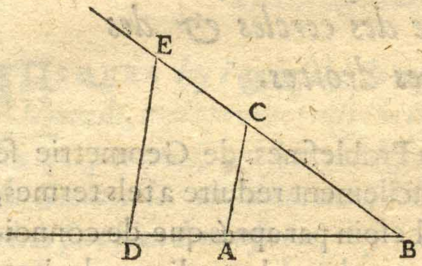
TOus les Problesmes de Geometrie se peuuent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision : Ainsi n'a t'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster; Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres , & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication; oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité

Commẽt le calcul d'Arithmetique se rapporte aux operations de Geometrie.

eſt a l'autre, ce qui eſt le meſme que la Diuiſion; ou enfin trouuer vne, ou deux, ou pluſieurs moyennes proportionnelles entre l'vnité, & quelque autre ligne; ce qui eſt le meſme que tirer la racine quarrée, on cubique, &c. Et ie ne craindray pas d'introduire ces termes d'Arithmetique en la Geometrie, affin de me rendre plus intelligibile.

La Multiplication.

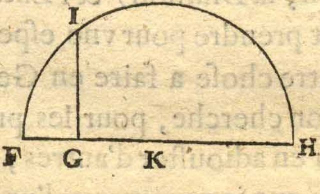


Soit par exemple A B l'vnité, & qu'il faille multiplier B D par B C, ie n'ay qu'a ioindre les poins A & C, puis tirer D E parallele a C A, & B E eſt le produit de cete Multiplication.

La Diuiſion.

Oubien s'il faut diuiſer B E par B D, ayant ioint les poins E & D, ie tire A C parallele a D E, & B C eſt le produit de cete diuiſion.

l'Extraction de la racine quarrée.



Ou s'il faut tirer la racine quarrée de G H, ie luy adiouſte en ligne droite F G, qui eſt l'vnité, & diuiſant F H en deux parties eſgales au point K, du centre K ie tire le cercle F I H, puis eſleuant du point G vne ligne droite iuſques à I, à angles droits ſur F H, c'eſt G I la racine cherchée. Ie ne dis rien icy de la racine cubique, ny des autres, à cauſe que i'en parleray plus commodement cy aprés.

Commét on peut

Mais ſouuent on n'a pas beſoin de tracer ainſi ces lignes

gnes ſur le papier, & il ſuffiſt de les deſigner par quelques lettres, chaſcune par vne ſeule. Comme pour adiouſter la ligne BD a GH, ie nomme l'vne a & l'autre b, & eſcris $a + b$; Et $a - b$, pour ſouſtraire b d'a; Et ab, pour les multiplier l'vne par l'autre; Et $\frac{a}{b}$, pour diuiſer a par b; Et aa, ou a^2, pour multiplier a par ſoy meſme; Et a^3, pour le multiplier encore vne fois par a, & ainſi a l'infini; Et $\sqrt{a^2 + b^2}$, pour tirer la racine quarrée d'$a^2 + b^2$; Et $\sqrt{C.\, a^3 - b^3 + abb}$, pour tirer la racine cubique d'$a^3 - b^3 + abb$, & ainſi des autres. vſer de chiffres en Geometrie.

Où il eſt a remarquer que par a^2 ou b^3 ou ſemblables, ie ne conçoy ordinairement que des lignes toutes ſimples, encore que pour me ſeruir des noms vſités en l'Algebre, ie les nomme des quarrés ou des cubes, &c.

Il eſt auſſy a remarquer que toutes les parties d'vne meſme ligne, ſe doiuent ordinairement exprimer par autant de dimenſions l'vne que l'autre, lorſque l'vnité n'eſt point determinée en la queſtion, comme icy a^3 en contient autant qu'abb ou b^3 dont ſe compoſe la ligne que i'ay nommée $\sqrt{C.\, a^3 - b^3 + abb}$: mais que ce n'eſt pas de meſme lorſque l'vnité eſt determinée, a cauſe qu'elle peut eſtre ſouſentendue par tout ou il y a trop ou trop peu de dimenſions: comme s'il faut tirer la racine cubique de $aabb - b$, il faut penſer que la quantité $aabb$ eſt diuiſée vne fois par l'vnité, & que l'autre quantité b eſt multipliée deux fois par la meſme.

Au reste affin de ne pas manquer a se souuenir des noms de ces lignes, il en faut tousiours faire vn registre separé, à mesure qu'on les pose ou qu'on les change, escriuant par exemple.

A B ∞ 1, c'est a dire, A B esgal à 1.

G H ∞ *a*

B D ∞ *b*, &c.

Commẽt il faut venir aux Equatiõs qui seruent a resoudre les problesmes.

Ainsi voulant resoudre quelque problesme, on doit d'abord le considerer comme desia fait, & donner des noms a toutes les lignes, qui semblent necessaires pour le construire, aussy bien a celles qui sont inconnuës, qu'aux autres. Puis sans considerer aucune difference entre ces lignes connuës, & inconnuës, on doit par courir la difficulté, selon l'ordre qui monstre le plus naturellement de tous en qu'elle sorte elles dependent mutuellement les vnes des autres, iusques a ce qu'on ait trouué moyen d'exprimer vne mesme quantité en deux façons: ce qui se nomme vne Equation; car les termes de l'vne de ces deux façons sont esgaux a ceux de l'autre. Et on doit trouuer autant de telles Equations, qu'on a supposé de lignes, qui estoient inconnuës. Oubien s'il ne s'en trouue pas tant, & que nonobstant on n'omette rien de ce qui est desiré en la question, cela tesmoigne qu'elle n'est pas entierement determinée. Et lors on peut prendre a discretion des lignes connuës, pour toutes les inconnuës ausqu'elles ne correspond aucune Equation. Aprés cela s'il en reste encore plusieurs, il se faut seruir par ordre de chascune des Equations qui restent aussy, soit en la considerant toute seule, soit en la comparant auec les autres, pour expliquer chascune de ces lignes inconnuës; & faire ainsi

ainſi en les demeſlant, qu'il n'en demeure qu'vne ſeule, eſgale a quelque autre, qui ſoit connuë, oubien dont le quarré, ou le cube, ou le quarré de quarré, ou le ſurſolide, ou le quarré de cube, &c. ſoit eſgal a ce, qui ſe produiſt par l'addition, ou ſouſtraction de deux ou pluſieurs autres quantités, dont l'vne ſoit connuë, & les autres ſoient composées de quelques moyennes proportionnelles entre l'vnité, & ce quarré, ou cube, ou quarré de quarré, &c. multipliées par d'autres connuës. Ce que i'eſcris en cete ſorte.

$z \infty b.$ ou

$z^2 \infty -a z + bb.$ ou

$z^3 \infty +a z^2 + bbz - c^3.$ ou

$z^4 \infty a z^3 - c^3 z + d^4.$ &c.

C'eſt a dire, z, que ie prens pour la quantité inconnuë, eſt eſgalé a b, ou le quarré de z eſt eſgal au quarré de b moins a multiplié par z. ou le cube de z eſt eſgal à a multiplié par le quarre de z plus le quarré de b multiplié par z moins le cube de c. & ainſi des autres.

Et on peut touſiours reduire ainſi toutes les quantités inconnuës à vne ſeule, lorſque le Probleſme ſe peut conſtruire par des cercles & des lignes droites, ou auſſy par des ſections coniques, ou meſme par quelque autre ligne qui ne ſoit que d'vn ou deux degrés plus composée. Mais ie ne m'areſte point a expliquer cecy plus en detail, a cauſe que ie vous oſterois le plaiſir de l'apprendre de vous meſme, & l'vtilité de cultiuer voſtre eſprit en vous y exerceant, qui eſt a mon auis la principale, qu'on puiſſe tirer de cete ſcience. Auſſy que ie n'y remarque rien de ſi difficile, que ceux qui ſeront vn peu verſés en la Geometrie commune, & en l'Algebre, & qui prendront garde a tout ce qui eſt en ce traité, ne puiſſent trouuer.

C'eſt pourquoy ie me contenteray icy de vous auertir, que pourvû qu'en demeſlant ces Equations on ne manque point a ſe ſeruir de toutes les diuiſions, qui ſeront poſſibles, on aura infalliblement les plus ſimples termes, auſquels la queſtion puiſſe eſtre reduite.

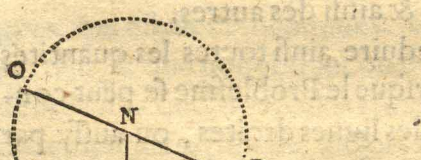
Quels ſont les problesmes plans

Et que ſi elle peut eſtre reſolue par la Geometrie ordinaire, c'eſt a dire, en ne ſe ſeruant que de lignes droites & circulaires tracées ſur vne ſuperficie plate, lorſque la derniere Equation aura eſté entierement démeſlée, il n'y reſtera tout au plus qu'vn quarré inconnu, eſgal a ce qui ſe produiſt de l'Addition, ou ſouſtraction de ſa racine multipliée par quelque quantité connue, & de quelque autre quantité auſſy connue.

Comment ils ſe reſoluent.

Et lors cete racine, ou ligne inconnue ſe trouue ayſement. Car ſi i'ay par exemple

$$z^2 \propto az + bb$$

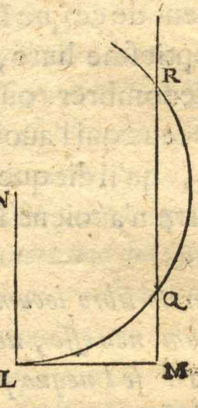


ie fais le triangle rectangle N L M, dont le coſté L M eſt eſgal à b racine quarrée de la quantité connue bb, & l'autre L N eſt $\frac{1}{2}a$, la moitié de l'autre quantité connue, qui eſtoit multipliée par z que ie ſuppoſe eſtre la ligne inconnue. puis prolongeant M N la baze de ce triangle,

angle, iusques a O, en sorte qu'N O soit esgale a N L, la toute O M est z la ligne cherchée. Et elle s'exprime en cete sorte

$z \propto \frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} aa + bb}$.

Que si iay $yy \propto - ay + bb$, & qu'y soit la quantité qu'il faut trouuer, ie fais le mesme triangle rectangle N L M, & de sa baze M N i'oste N P esgale a N L, & le reste P M est y la racine cherchée. De façon que iay $y \propto - \frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} aa + bb}$. Et tout de mesme si i'auois $x^4 \propto - a x^2 + b^2$. P M seroit x^2. & i'aurois $x \propto \sqrt{- \frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} aa + bb}}$: & ainsi des autres.



Enfin si i'ay

$z^2 \propto az - bb$:

ie fais N L esgale à $\frac{1}{2} a$, & L M esgale à b cõme deuãt, puis, au lieu de ioindre les poins M N, ie tire M Q R parallele a L N. & du centre N par L ayant descrit vn cercle qui la couppe aux poins Q & R, la ligne cherchée z est M Q, oubiẽ M R, car en ce cas elle s'exprime en deux façons, a sçauoir $z \propto \frac{1}{2} a + \sqrt{\frac{1}{4} aa - bb}$, & $z \propto \frac{1}{2} a - \sqrt{\frac{1}{4} aa - bb}$.

Et si le cercle, qui ayant son centre au point N, passe par le point L, ne couppe ny ne touche la ligne droite M Q R, il n'y a aucune racine en l'Equation, de façon qu'on peut assurer que la construction du problesme proposé est impossible.

Au

Au reste ces mesmes racines se peuuent trouuer par vne infinité d'autres moyens, & i'ay seulement voulu mettre ceux cy, comme fort simples, affin de faire voir qu'on peut construire tous les Problesmes de la Geometrie ordinaire, sans faire autre chose que le peu qui est compris dans les quatre figures que i'ay expliquées. Ce que ie ne croy pas que les anciens ayent remarqué. car autrement ils n'eussent pas pris la peine d'en escrire tant de gros liures, ou le seul ordre de leurs propositions nous fait connoistre qu'ils n'ont point eu la vraye methode pour les trouuer toutes, mais qu'ils ont seulement ramassé celles qu'ils ont rencontrées.

Exemple tiré de Pappus.

Et on le peut voir aussy fort clairement de ce que Pappus a mis au commencement de son septiesme liure, ou aprés s'estre aresté quelque tems a denombrer tout ce qui auoit esté escrit en Geometrie par ceux qui l'auoient precedé, il parle enfin d'vne question, qu'il dit que ny Euclide, ny Apollonius, ny aucun autre n'auoient sceu entierement resoudre. & voycy ses mots.

Ie cite plutost la version latine que le texte grec affin que chascun l'entende plus aysement.

Quem autem dicit (Apollonius) in tertio libro locum ad tres, & quatuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neque ipse perficere poterat, neque aliquis alius: sed neque paululum quid addere iis, quæ Euclides scripsit, per ea tantum conica, quæ usque ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, &c.

Et vn peu aprés il explique ainsi qu'elle est cete question.

At locus ad tres, & quatuor lineas, in quo (Apollonius) magnifice se iactat, & ostentat, nulla habita gratia ei, qui prius scripserat, est hujusmodi. Si positione datis tribus rectis

rectis lineis ab uno & eodem puncto, ad tres lineas in datis angulis rectæ lineæ ducantur, & data sit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquæ: punctum contingit positione datum solidum locum, hoc est unam ex tribus conicis sectionibus. Et si ad quatuor rectas lineas positione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data sit: similiter punctum datum coni sectionem positione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus ostensus est. Quod si ad plures quam quatuor, punctum continget locos non adhuc cognitos, sed lineas tantum dictas; quales autem sint, vel quam habeant proprietatem, non constat: earum unam, neque primam, & quæ manifestissima videtur, composuerunt ostendentes utilem esse. propositiones autem ipsarum hæ sunt.

Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas quinque ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio solidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad solidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum positione datam lineam continget. Si autem ad sex, & data sit proportio solidi tribus lineis contenti ad solidum, quod tribus reliquis continetur; rursus punctum continget positione datam lineam. Quod si ad plures quam sex, non adhuc habent dicere, an data sit proportio cuiuspiã contenti quatuor lineis ad id quod reliquis continetur, quoniam non est aliquid contentum pluribus quam tribus dimensionibus.

Où ie vous prie de remarquer en passant, que le scrupule, que faisoient les anciens d'vser des termes de l'Arithmetique en la Geometrie, qui ne pouuoit proceder, que de ce qu'ils ne voyoient pas assés clairement leur rapport, causoit beaucoup d'obscurité, & d'embaras, en la façon dont ils s'expliquoient. car Pappus poursuit en cete sorte.

Acquiescunt autem his, qui paulo ante talia interpretati sunt. neque unum aliquo pacto comprehensibile significantes quod his continetur. Licebit autẽ per coniunctas proportiones hæc, & dicere, & demonstrare universe in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio coniuncta ex ea, quam habet una dictarum ad unam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, & reliqua ad reliquam: punctum continget positione datas lineas. Et similiter quotcumque sint impares vel pares multitudine, cum hæc, ut dixi, loco ad quatuor lineas respondeant, nullum igitur posuerunt ita ut linea nota sit, &c.

La question donc qui auoit esté commencée a resoudre par Euclide, & poursuiuie par Apollonius, sans auoir esté acheuée par personne, estoit telle. Ayant trois ou quatre ou plus grand nombre de lignes droites données par position; premierement on demande vn point, duquel on puisse tirer autant d'autres lignes droites, vne sur chascune des données, qui façent auec elles des angles donnés, & que le rectangle contenu en deux de celles, qui seront ainsi tirées d'vn mesme point, ait la proportion donnée auec le quarré de la troisiesme, s'il n'y en a que trois; oubien auec le rectangle des deux autres, s'il y en a quatre; oubien, s'il y en a cinq, que le parallelepipede composé de trois ait la proportion donnée auec le parallelepipede

lelepipede composé des deux qui restent, & d'vne autre ligne donnée. Ou s'il y en a six, que le parallelepipede cõposé de trois ait la proportion donnée auec le parallelepipede des trois autres. Ou s'il y en a sept, que ce qui se produist lorsqu'on en multiplie quatre l'vne par l'autre, ait la raison donnée auec ce qui se produist par la multiplication des trois autres, & encore d'vne autre ligne donnée; Ou s'il y en a huit, que le produit de la multiplication de quatre ait la proportion donnée auec le produit des quatre autres. Et ainsi cete question se peut estendre a tout autre nombre de lignes. Puis a cause qu'il y a tousiours vne infinité de diuers poins qui peuuent satisfaire a ce qui est icy demandé, il est aussy requis de connoistre, & de tracer la ligne, dans laquelle ils doiuent tous se trouuer. & Pappus dit que lorsqu'il n'y a que trois ou quatre lignes droites données, c'est en vne des trois sections coniques. mais il n'entreprend point de la determiner, ny de la descrire. non plus que d'expliquer celles ou tous ces poins se doiuent trouuer, lorsque la question est proposée en vn plus grand nombre de lignes. Seulement il aiouste que les anciens en auoient imaginé vne qu'ils monstroient y estre vtile , mais qui sembloit la plus manifeste, & qui n'estoit pas toutefois la premiere. Ce qui m'a donné occasion d'essayer si par la methode dont ie me sers on peut aller aussy loin qu'ils ont esté.

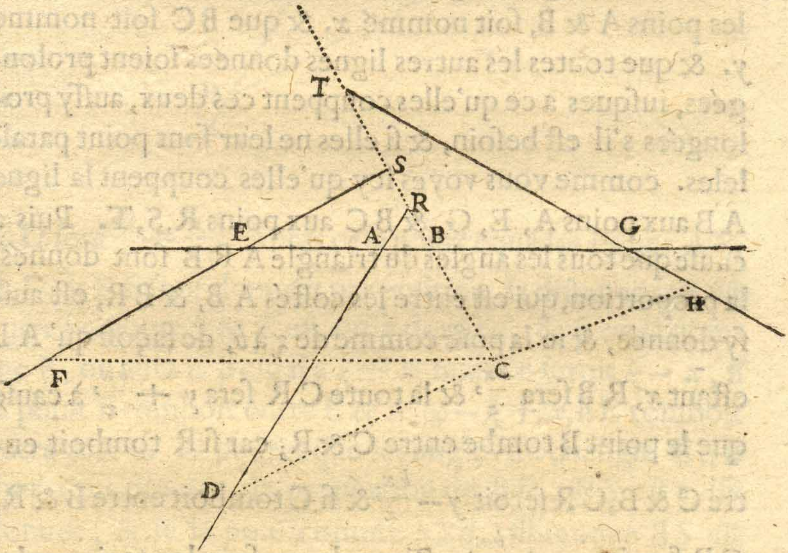
Et premierement i'ay connu que cete question n'estant proposée qu'en trois, ou quatre, ou cinq lignes , on peut tousiours trouuer les poins cherchés par la Geometrie simple; c'est a dire en ne se seruant que de la reigle & du compas,

Response à la question de Pappus.

compas, ny ne faisant autre chose, que ce qui a desia esté dit; excepté seulement lorsqu'il y a cinq lignes données, si elles sont toutes paralleles. Auquel cas, comme aussy lorsque la question est proposée en six, ou 7, ou 8, ou 9 lignes, on peut tousiours trouuer les poins cherchés par la Geometrie des solides; c'est a dire en y employant quelqu'vne des trois sections coniques. Excepté seulement lorsqu'il y a neuf lignes données, si elles sont toutes paralleles. Auquel cas derechef, & encore en 10, 11, 12, ou 13 lignes on peut trouuer les poins cherchés par le moyen d'vne ligne courbe qui soit d'vn degré plus composée que les sections coniques. Excepté en treize si elles sont toutes paralleles, auquel cas, & en quatorze, 15, 16, & 17 il y faudra employer vne ligne courbe encore d'vn degré plus composée que la precedente. & ainsi a l'infini.

Puis iay trouué aussy, que lorsqu'il ny a que trois ou quatre lignes données, les poins cherchés se rencontrent tous, non seulement en l'vne des trois sections coniques, mais quelquefois aussy en la circonference d'vn cercle, ou en vne ligne droite. Et que lorsqu'il y en a cinq, ou six, ou sept, ou huit, tous ces poins se rencontrent en quelque vne des lignes, qui sont d'vn degré plus composées que les sections coniques, & il est impossible d'en imaginer aucune qui ne soit vtile a cete question; mais ils peuuent aussy derechef se rencontrer en vne section conique, ou en vn cercle, ou en vne ligne droite. Et s'il y en a neuf, ou 10, ou 11, ou 12, ces poins se rencontrent en vne ligne, qui ne peut estre que d'vn degré plus composée que les precedentes; mais toutes celles qui sont d'vn degré plus composées y peuuent seruir, & ainsi a l'infini.

Au reste la premiere, & la plus simple de toutes aprés les sections coniques, est celle qu'on peut descrire par l'intersection d'vne Parabole, & d'vne ligne droite, en la façon qui sera tantost expliquée. En sorte que ie pense auoir entierement satisfait a ceque Pappus nous dit auoir esté cherché en cecy par les anciens. & ie tascheray d'en mettre la demonstration en peu de mots. car il m'ennuie desia d'en tant escrire.

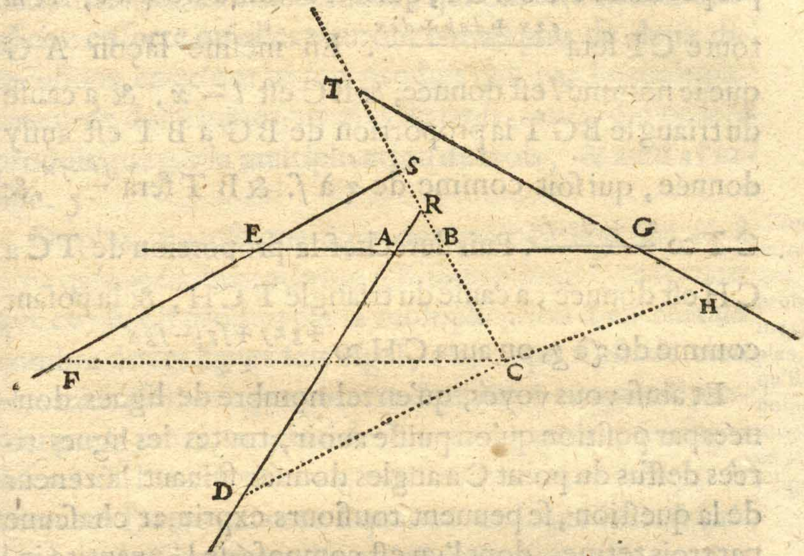


Soient A B, A D, E F, G H, &c. plusieurs lignes donnees par position, & qu'il faille trouuer vn point, comme C, duquel ayant tiré d'autres lignes droites sur les données, comme C B, C D, C F, & C H, en sorte que les angles C B A, C D A, C F E, C H G, &c. soient donnés,

& que ce qui est produit par la multiplication d'vne partie de ces lignes, soit esgal a ce qui est produit par la multiplication des autres, oubien qu'ils ayent quelque autre proportion donnée, car cela ne rend point la question plus difficile.

Commēt on doit poser les termes pour venir à l'Equation en cet exemple.

Premierement ie suppose la chose comme desia faite, & pour me demesler de la cõfusion de toutes ces lignes, ie considere l'vne des données, & l'vne de celles qu'il faut trouuer, par exemple A B, & C B, comme les principales, & ausquelles ie tasche de rapporter ainsi toutes les autres. Que le segment de la ligne A B, qui est entre les poins A & B, soit nommé x. & que B C soit nommé y. & que toutes les autres lignes données soient prolongées, iusques a ce qu'elles couppent ces deux, aussy prolongées s'il est besoin, & si elles ne leur sont point paralleles. comme vous voyés icy qu'elles couppent la ligne A B aux poins A, E, G, & B C aux poins R, S, T. Puis a cause que tous les angles du triangle A R B sont donnés, la proportion, qui est entre les costés A B, & B R, est aussy donnée, & ie la pose comme de z à b, de façon qu' A B estant x, R B sera $\frac{bx}{z}$, & la toute C R sera $y + \frac{bx}{z}$, à cause que le point B tombe entre C & R; car si R tomboit entre C & B, C R seroit $y - \frac{bx}{z}$; & si C tomboit entre B & R, C R seroit $-y + \frac{bx}{z}$. Tout de mesme les trois angles du triangle D R C sont donnés, & par consequent aussy la proportion qui est entre les costés C R, & C D, que ie pose comme de z à c: de façon que C R estant $y + \frac{bx}{z}$,



C D sera $\frac{cy}{z} + \frac{bcx}{zz}$. Aprés cela pourceque les lignes A B, A D, & E F sont données par position, la distance qui est entre les poins A & E est aussy donnée, & si on la nomme K, on aura E B esgal a $k + x$; mais ce seroit $k - x$, si le point B tomboit entre E & A; & $-k + x$, si E tomboit entre A & B. Et pourceque les angles du triangle E S B sont tous donnés, la proportion de B E a B S est aussy donnée, & ie la pose comme z à d, sibienque B S est $\frac{dk + dx}{z}$, & la toute C S est $\frac{zy + dk + dx}{z}$; mais ce seroit $\frac{zy - dk - dx}{z}$, si le point S tomboit entre B & C; & ce seroit $\frac{-zy + dk + dx}{z}$, si C tomboit entre B & S. De plus les trois angles du triangle F S C sont donnés, & en suite la

pro-

proportion de C S à C F, qui soit comme de z à e, & la toute C F sera $\frac{ezy + dek + dex}{zz}$. En mesme façon A G que ie nomme l est donnée, & B G est $l - x$, & a cause du triangle B G T la proportion de B G a B T est aussy donnée, qui soit comme de z à f. & B T sera $\frac{fl - fx}{z}$, & C T ∞ $\frac{zy + fl - fx}{z}$. Puis derechef la proportion de T C a C H est donnée, a cause du triangle T C H, & la posant comme de z à g, on aura C H ∞ $\frac{+ gzy + fgl - fgx}{zz}$.

Et ainsi vous voyés, qu'en tel nombre de lignes données par position qu'on puisse auoir, toutes les lignes tirées dessus du point C a angles donnés suiuant la teneur de la question, se peuuent tousiours exprimer chascune par trois termes; dont l'vn est composé de la quantité inconnue y, multipliée, ou diuisée par quelque autre connue; & l'autre de la quantité inconnue x, aussy multipliée ou diuisée par quelque autre connuë, & le troisiesme d'vne quantité toute connuë. Excepté seulement si elles sont paralleles; oubien a la ligne A B, auquel cas le terme composé de la quantité x sera nul; oubien a la ligne C B, auquel cas celuy qui est composé de la quantité y sera nul; ainsi qu'il est trop manifeste pour que ie m'areste a l'expliquer. Et pour les signes +, & --, qui se ioignent à ces termes, ils peuuent estre changés en toutes les façons imaginables.

Puis vous voyés aussy, que multipliant plusieurs de ces lignes l'vne par l'autre, les quantités x & y, qui se trouuent dans le produit, n'y peuuent auoir que chascune autant de dimensions, qu'il y a eu de lignes, a l'expli-

cation

cation desquelles elles seruent, qui ont esté ainsi multipliées: en sorte qu'elles n'auront iamais plus de deux dimensions, en ce qui ne sera produit que par la multiplication de deux lignes; ny plus de trois, en ce qui ne sera produit que par la multiplication de trois, & ainsi a l'infini.

De plus, a cause que pour determiner le point C, il n'y a qu'vne seule condition qui soit requise, à sçauoir que ce qui est produit par la multiplication d'vn certain nombre de ces lignes soit esgal, ou (ce qui n'est de rien plus malaysé) ait la proportion donnée, à ce qui est produit par la multiplication des autres; on peut prendre a discretion l'vne des deux quantités inconnues x ou y, & chercher l'autre par cete Equation. en laquelle il est euident que lorsque la question n'est point proposée en plus de cinq lignes, la quantité x qui ne sert point a l'expression de la premiere peut tousiours n'y auoir que deux dimensions. de façon que prenant vne quantité connuë pour y, il ne restera que $x\,x \propto + \text{ou} - a\,x + \text{ou} - b\,b$. & ainsi on pourra trouuer la quantité x auec la reigle & le compas, en la façon tantost expliquée. Mesme prenant successiuement infinies diuerses grandeurs pour la ligne y, on en trounera aussy infinies pour la ligne x, & ainsi on aura vne infinité de diuers poins, tels que celuy qui est marqué C, par le moyen desquels on descrira la ligne courbe demandée.

Commēt on trouue que ce problesme est plan, lorsqu'il n'est point proposé en plus de 5 lignes.

Il se peut faire aussy, la question estant proposée en six, ou plus grand nombre de lignes; s'il y en a entre les données, qui soient paralleles a B A, ou B C, que l'vne des deux quantités x ou y n'ait que deux dimensions en l'Equation, & ainsi qu'on puisse trouuuer le point C auec la reigle & le compas. Mais au contraire si elles sont toutes paralleles, encore que la question ne soit proposée qu'en cinq lignes, ce point C ne pourra ainsi estre troué, a cause que la quantité x ne se trouuant point en toute l'Equation, il ne sera plus permis de prendre vne quantité connuë pour celle qui est nommée y, mais ce sera elle qu'il faudra chercher. Et pource quelle aura trois dimensions, on ne la pourra trouuer qu'en tirant la racine d'vne Equation cubique. cequi ne se peut generalement faire sans qu'on y employe pour le moins vne section conique. Et encore qu'il y ait iusques a neuf lignes données, pourvûqu'elles ne soient point toutes paralleles, on peut tousiours faire que l'Equation ne monte que iusques au quarré de quarré. au moyen dequoy on la peut aussy tousiours resoudre par les sections coniques, en la façon que i'expliqueray cy aprés. Et encore qu'il y en ait iusques a treize, on peut tousiours faire qu'elle ne monte que iusques au quarré de cube. en suite de quoy on la peut resoudre par le moyen d'vne ligne, qui n'est que d'vn degré plus composée que les sections coniques, en la façon que i'expliqueray aussy cy aprés. Et cecy est la premiere partie de ceque i'auois icy a demonstrer; mais auant que ie passe a la seconde il est besoin que ie die quelque chose en general de la nature des lignes courbes.

LA