

La *Melencolia* est l'objet de nombreux commentaires ; notre propos n'est pas d'en ajouter encore un, mais de détailler les propriétés mathématiques du carré magique en cause : les pages qui suivent restent donc exclusivement centrées sur le carré magique de Dürer.

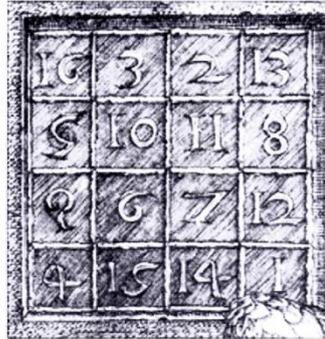


Figure 1bis : détail figure 1.

Ce qui n'empêche pas de penser qu'Albrecht Dürer s'est peut-être directement inspiré du carré magique qu'il a représenté, pour dénommer sa gravure *Melencolia* : c'est en effet le carré de Jupiter, qui gouverne le tempérament sanguin, et combat l'ascendance de Saturne, qui détermine le tempérament mélancolique¹.

Durant ses séjours en Italie, en 1494, puis un peu plus tard en 1505, Albrecht Dürer a vraisemblablement rendu visite à Fra Luca Pacioli (1445-1517) à Venise, qui publiera quelques années plus tard son ouvrage principal, *De divina proportione* (Venise, 1509). Albrecht Dürer a pu avoir connaissance du manuscrit de Pacioli, et ce dernier a pu lui faire bénéficier de son savoir mathématique, et en particulier de ses connaissances en matière de carrés magiques.

Albrecht Dürer a pu avoir aussi connaissance des recherches de Henricus Cornelius Agrippa, né à Cologne en 1486 (+1535), contemporain et compatriote d'Albrecht Dürer, qui écrit dès 1509 les bases de son ouvrage *De Occulta Philosophia libri tres*, qui ne paraîtra qu'à partir de 1530 (en édition complète à Cologne en 1533) : le manuscrit de Cornelius avait cependant circulé au moins entre 1509 et 1514 – on sait que Rabelais en a connaissance à cette époque – et Albrecht Dürer a pu s'en inspirer. On trouve en effet dans l'ouvrage de Henricus Cornelius l'une des formes du « Carré de Dürer » (après inversion des colonnes et permutation des colonnes centrales) :

1. D'après Klibansky, Panofsky & Saxl, *Saturne et la mélancolie*, Gallimard, Paris, 1989, pp. 503-504.

Tables de Jupiter

en nombres

en caractères
hébraïques

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

ד	י	ה	א
ט	ז	ו	ב
ה	א	י	ח
ו	ב	ג	יג

À moins que Henricus Cornelius se soit lui-même référé à la *Melencolia* d'Albrecht Dürer ?... En tout cas, le carré magique de la *Melencolia* est la seule approche connue d'Albrecht Dürer en ce qui concerne les carrés magiques.

Melencolia dans l'œuvre de Dürer

La célèbre gravure, souvent reproduite, a été exécutée en 1514 : la date figure dans les deux cases centrales de la dernière ligne du carré magique placé en haut et à droite de la gravure, au-dessous de la cloche. Dürer était doué d'un esprit très ouvert, curieux de tout. Il s'est intéressé aux mathématiques, entre autres, notamment à la géométrie. Il a publié en 1525 un manuel de géométrie pratique, sous le titre *Underweysung der Messung* (Instructions pour la mesure), dans lequel il donne de nombreuses constructions pratiques de certaines figures, dont les polygones réguliers ; mais il n'aborde pas les carrés magiques.



Figure 2 : Autoportrait à la fourrure, 1500
(Munich, Alte Pinakothek | WikiCommons)

Le symbolisme de *Melencolia* a intéressé nombre d'observateurs et critiques. Le personnage principal ailé, méditatif, assis nonchalant et triste, devant son travail en cours, les outils dispersés, la balance, la cloche, le sablier, le carré magique normal de 16 cases, le polyèdre régulier, l'angelot, ainsi que bien d'autres détails, révèlent un état d'esprit, et une certaine tournure de pensée : on a dit que *Melencolia* était un autoportrait spirituel de Dürer. Le peintre et graveur ne s'est jamais exprimé sur son œuvre, laissant à chacun le soin de l'interpréter. On regroupe souvent *Melencolia* avec deux autres gravures de Dürer de même format et de même facture : *Le Chevalier, la Mort et le Diable* (1513) et *Saint Jérôme dans son étude* (1514), ces trois œuvres formant une sorte de trilogie, comportant chacune un sablier, symbole de l'écoulement du temps, inéluctable, insaisissable, « cause première de l'angoisse de ce génie troublé ».

UNE CONSTRUCTION SIMPLE DU CARRÉ DE DÜRER

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

1

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

2

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

3

1. Soit le carré fondamental ou carré naturel d'ordre $n = 4$;
2. On permute ou échange, les nombres situés sur les deux diagonales principales, et symétriques par rapport au centre de la grille ;
3. On permute les deux colonnes centrales.

UNE AUTRE MÉTHODE

1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
16	15	14	13

1

16	2	3	13
8	10	11	5
9	7	6	12
1	15	14	4

2

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

3

Voici une autre de construction du carré magique de Dürer, moins simple, mais néanmoins structurée :

1. Soit le carré naturel alterné d'ordre $n = 4$: on observe que quatre nombres, 9, 15, 14 et 12 sont déjà à leur place définitive ; on n'y touchera pas.

2. Dans les colonnes du carré naturel alterné 1 : dans la grille d'ordre $n = 4$ et dans la grille centrale d'ordre $n = 2$, on permute les nombres situés aux extrémités des colonnes latérales (13 avec 4, 1 avec 16 ; 6 avec 11, 7 avec 10)

3. Dans les lignes de la grille auxiliaire 2 : on permute les nombres situés aux extrémités des lignes 2 et 4, ainsi que les deux nombres situés au centre des lignes 1 et 3.

Mais il y a encore d'autres méthodes, dites des *permutations*, des *pointages*, des *inversions*...

LES HUIT FORMES DU CARRÉ MAGIQUE DE DÜRER

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Original

13	2	3	16
8	11	10	5
12	7	6	9
1	14	15	4

Sym. 1^{ère} méd.

4	15	14	1
9	6	7	12
5	10	11	8
16	3	2	13

Sym. 2^{ème} méd.

16	5	9	4
3	10	6	15
2	11	7	14
13	8	12	1

Sym. 1^{ère} diag..

1	12	8	13
14	7	11	2
15	6	10	3
4	9	5	16

Sym. 2^{ème} diag.

4	9	5	16
15	6	10	3
14	7	11	2
1	12	8	13

Rot. 1/4

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

Rot.1/2

13	8	12	1
2	11	7	14
3	10	6	15
16	5	9	4

Rot. 3/4

Nota – On pourrait assimiler les symétries à des rotations dans l'espace.

LE CARRÉ MAGIQUE DE DÜRER EST DE TYPE ASSOCIÉ

Dans un carré magique de type associé d'ordre n , rappelons-le, la somme P des nombres complémentaires (en symétrie par rapport au centre) est constante, et égale à $P = n^2 + 1$. C'est la « constante de polarisation ». C'est bien le cas du carré magique de Dürer, avec la constante de polarisation $P = 17$

Ainsi le carré magique de Dürer fait-il partie des 48 carrés magiques de type associé de la classification de Bernard de Frénicle (1605 ?-1675), *Des Quarrez magiques*², sous le n° 175, parmi les 880 carrés magiques de base d'ordre $n = 4$.

Rappelons que les carrés magiques de type associé sont auto-complémentaires.

2. In *Divers ouvrages de mathématiques et de physique*, Imprimerie royale, Paris, 1693, article de Frénicle P. 423-508 ([Gallica](#)).

DES
QUARRÉS
 OU
TABLES MAGIQUES.
 PAR M. FRENICLÉ.

On appelle carré magique celui qui étant divisé par cellules en quantité représentée par un nombre carré, & les cellules étant remplies de nombres consécutifs, ou qui soient en même progression arithmétique, contient pareille somme en chacune de ses lignes, de quelque façon qu'on les puisse prendre. Exemple :

Le carré A, B, C, D, 16, est divisé en 16 cellules, & ces cellules sont remplies des nombres consécutifs, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. jusques à 16 : & ces nombres sont disposés d'un tel ordre dans les cellules, que les nombres de chaque ligne étant assemblés, font une somme égale; soit qu'on prenne les lignes en long, comme 1, 15, 14, 4, | 12, 6, 7, 9, | 8, 10, 11, 5, &c. 13, 3, 2, 16, | ou qu'on les prenne de haut en bas, pour avoir 1, 12, 8, 13, | 15, 6, 10, 3, | 14, 7, 11, 2, | 4, 9, 5, 16, | ou enfin si on conti-

A	B
1	15
12	6
8	10
13	3
4	14
9	7
5	11
16	2
C	D

UNE MOSAÏQUE DU CARRÉ DE DÜRER

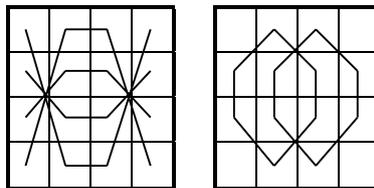
Par *mosaïque*, on entend le pochage des cases de même parité, d'après les recherches de Bernard Gervais. La mosaïque du carré magique de Dürer ne comporte qu'un seul axe de symétrie : la médiane horizontale.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

LA GÉOMÉTRIE DU CARRÉ DE DÜRER

Voici quelques connections dans le carré magique d'Albrecht Dürer faisant apparaître de mystérieux hexagones entrelacés...

Ainsi, à gauche : 1, 2, 3, 4 ; 5, 6, 7, 8 ; 9, 10, 11, 12 ; 13, 14, 15, 16.



On divise le carré magique d'Albrecht Dürer en quatre quartiers. On observe alors dans chaque quartier, que les couples de nombres pairs et les couples de nombres impairs, sont toujours opposés diagonalement.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

LA POLYMAGIE DU CARRÉ DE DÜRER

La notion générale de *polymagie* est relativement récente.

Dans le carré magique normal d'ordre $n = 4$, outre les dix conditions de magie normale, intéressant des alignements de 4 nombres, sur les 4 lignes, les 4 colonnes et les deux diagonales principales, on dénombre dans le carré de Dürer pris pour exemple, 76 combinaisons de quatre nombres non alignés dont la somme est magique, soit $M_4 = 34$: ainsi au total, la polymagie du carré de Dürer compte 86 combinaisons magiques de quatre nombres.

Rappelons que le nombre total de combinaisons de m termes pris p à p est donné par la relation suivante :

$$C_m^p = \frac{m(m-1)(m-2)\dots(m-p+1)}{p!}$$

Ainsi, dans le carré magique de Dürer, le nombre total de combinaisons de $m = n^2 = 16$ termes, pris p à p , avec $p = 4$, est $C_{16}^4 = 1820$.

La planche ci-après permet de visualiser ces 86 combinaisons magiques dans le carré magique de Dürer. Parmi celles-ci, on remarque huit permutations figurées magiques (cadres renforcés).

Planche 1 : Une visualisation sur le « Carré de Dürer » des 86 combinaisons des 16 premiers entiers pris 4 à 4, dont la somme des 4 termes est égale à $M_4 = 34$.

<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
1	2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																																	
<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
9	10	11	12	13	14	15	16																																																																																																																																																	
<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
17	18	19	20	21	22	23	24																																																																																																																																																	
<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
25	26	27	28	29	30	31	32																																																																																																																																																	
<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
33	34	35	36	37	38	39	40																																																																																																																																																	
<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1	<table border="1"><tr><td>16</td><td>3</td><td>2</td><td>13</td></tr><tr><td>5</td><td>10</td><td>11</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>7</td><td>12</td></tr><tr><td>4</td><td>15</td><td>14</td><td>1</td></tr></table>	16	3	2	13	5	10	11	8	9	6	7	12	4	15	14	1
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					
16	3	2	13																																																																																																																																																					
5	10	11	8																																																																																																																																																					
9	6	7	12																																																																																																																																																					
4	15	14	1																																																																																																																																																					

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
41	42	43	44	45	46	47	48
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
49	50	51	52	53	54	55	56
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
57	58	59	60	61	62	63	64
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
65	66	67	68	69	70	71	72
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
73	74	75	76	77	78	79	80
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16
81	82	83	84	85	86		

MULTIMAGIE

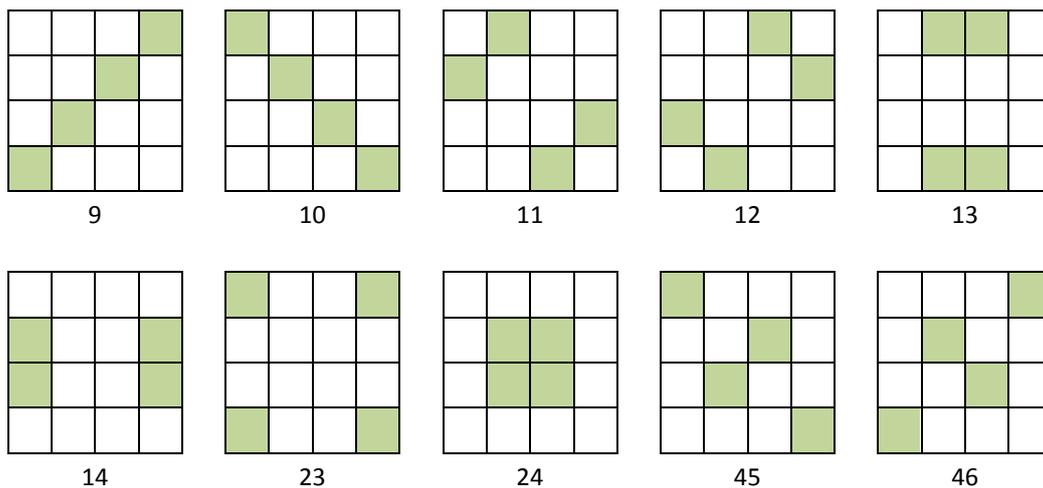
On ne confondra pas la polymagie avec la multimagie, cette dernière caractérisant un carré magique qui reste magique lorsque l'on élève à une même puissance chacun de ses termes : puissance 2, c'est la bimagie ; 2 et 3, la trimagie ; 2, 3 et 4, la tétramagie ; 2, 3, 4 et 5, la pentamagie⁴...

LA POLYMagie BI-AXIALE DANS LE CARRÉ MAGIQUE D'ALBRECHT DÜRER.

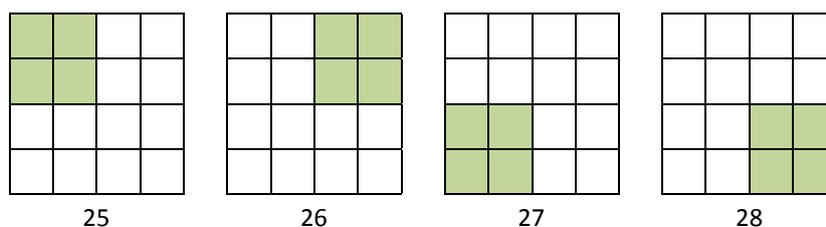
Dans le cadre de la polymagie générale dans le carré magique et le carré naturel, on considère le cas particulier de la polymagie des formations de n termes qui présentent deux axes de symétrie orthogonaux. Cette forme de polymagie a été mise en lumière par Arsène Durupt.

Dans le cas du carré magique de Dürer, et pour toute grille d'ordre $n = 4$, on compte dix formations bi-axiales (ayant deux axes de symétrie orthogonaux), que l'on repère aisément ci-dessous :

4. cf. Christian Boyer, « Les premiers carrés tétra et pentamagiques », *Pour la Science*, n°286, Août 2001, pp. 98-102 ; et le site Internet de Christian Boyer : www.multimagie.com



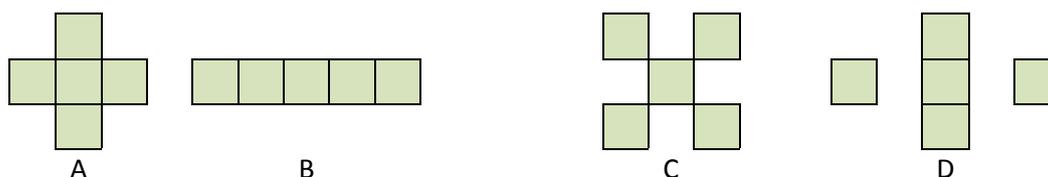
Les implantations de ces formations dans la grille d'ordre $n = 4$, sont fixes, sauf la formation centrale (n° 24) qui peut se placer dans l'un ou l'autre des quatre quartiers : dans ce cas, les axes de symétrie sont décalés par rapport à la grille de 16 cases.



Dans cette perspective, les carrés magiques d'ordre premier et de type associé retiennent notre attention – poursuivons avec eux.

UNE PREMIÈRE APPROCHE : LE CARRÉ MAGIQUE D'ORDRE $n = 5$.

Parmi les formations de $n = 5$ termes présentant deux axes de symétrie orthogonaux dans la grille d'ordre $n = 5$, on trouve tout d'abord deux pentaminos, (un cruciforme, A, et un « bâton », B), auxquels on peut ajouter deux autres formations cruciformes :



Le pentamino B correspond à la magie des lignes et des colonnes.

On peut « promener » les formations (A) et (C) dans la grille du carré magique de type associé d'ordre $n = 5$, toutes les implantations sont magiques, de somme $M_5 = 65$ (celle du carré lui-même). On dénombre neuf implantations magiques pour chacune de ces formations. Exemples pour la formation (A) :

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

1

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

2

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

3

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

4

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

5

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

6

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

7

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

8

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

9

Quant à la dernière formation (D), on compte quatre implantations magiques :

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

1

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

2

10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

3

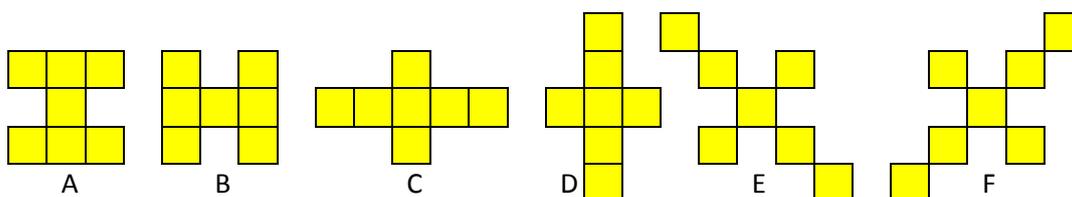
10	18	1	14	22
11	24	7	20	3
17	5	13	21	9
23	6	19	2	15
4	12	25	8	16

4

On constate que les formations qui sont centrées dans la grille, sont toujours magiques ; on les reconnaît facilement.

DEUXIÈME APPROCHE : LE CARRÉ MAGIQUE D'ORDRE $n = 7$.

Les formations de 7 termes, présentant deux axes de symétrie orthogonaux dans la grille d'ordre $n = 7$, sont relativement limitées en nombre : on dénombre six formations principales essentielles, qui constituent la majeure partie des implantations dans la collection ci-dessous, soit 74 implantations.



On peut dresser le tableau récapitulant ces 74 implantations :

Case centrale de la forme	A	B	C	D	E	F
2 ; 21 ; 33 ; 45	x	x				
8 ; 32 ; 7 ; 24	x	x				
48 ; 29 ; 17 ; 5	x	x				
42 ; 18 ; 43 ; 26	x	x				
1 ; 13 ; 37 ; 49	x	x	x	x	x	x
25	x	x	x	x	x	x
20 ; 30	x			x	x	
38 ; 12	x			x		x
Totaux (74)	25	21	5	9	7	7

d' après Arsène Durupt

Dans le carré magique normal de type associé pris pour exemple, voici les diverses implantations magiques de ces formations bi-axiales : on en compte moins d'une centaine. Parmi celles-ci, on reconnaît facilement celles qui sont centrées dans la grille, et qui sont toujours magiques (de somme 175, elle-même somme du carré magique).

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

1

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

2

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

3

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

4

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

5

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

6

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

7

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

8

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

9

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

10

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

11

15	34	46	9	28	40	3
39	2	21	33	45	8	27
14	26	38	1	20	32	44
31	43	13	25	37	7	19
6	18	30	49	12	24	36
23	42	5	17	29	48	11
47	10	22	41	4	16	35

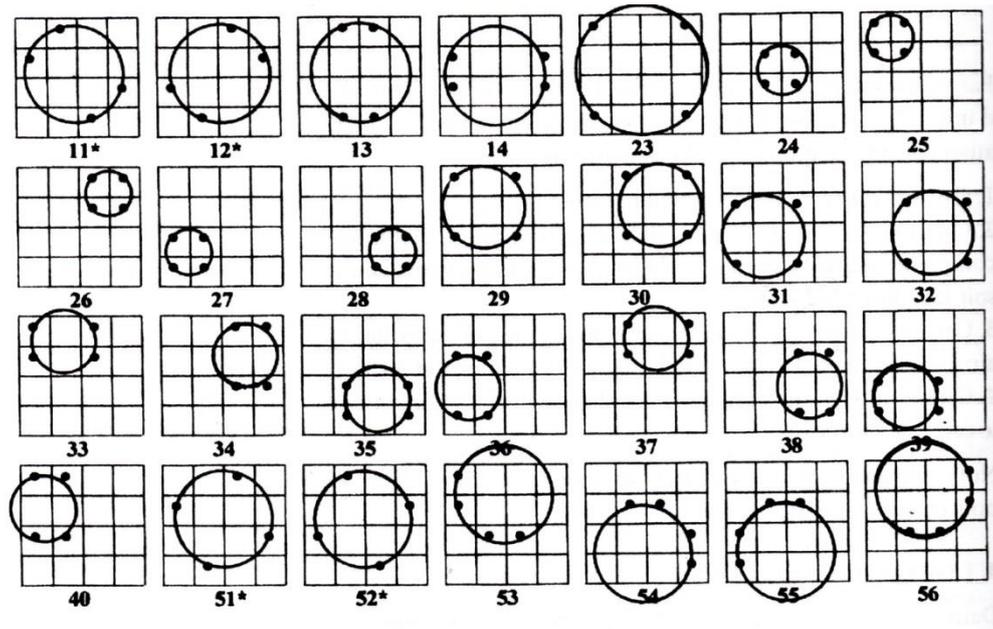
12

LA POLYMAGIE CIRCULAIRE DANS LE CARRÉ MAGIQUE D'ALBRECHT DÜRER

Dans le carré magique de Dürer, il y a de nombreuses formations de 4 termes, qui peuvent être inscrites sur une circonférence : on en compte ainsi 28. Voici les numéros correspondants dans la planche de visualisation du Carré de Dürer, que l'on repérera facilement (voir planche 1 à laquelle ces numéros se rapportent) :

11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 23 ; 24 ; 25 ; 26 ; 27 ; 28 ; 29 ; 30 ; 31 ; 32 ;
33 ; 34 ; 35 ; 36 ; 37 ; 38 ; 39 ; 40 ; 51 ; 52 ; 53 ; 54 ; 55 ; 56.

Ces formations sont matérialisées dans les grilles ci-dessous :



On remarque que certains cercles se superposent, ainsi dans les formations des grilles 11, 12, 13, 14 ; 51 et 52, 53 et 56 ; 54 et 55 ; ce qui réduit à 22 le nombre de cercles distincts.

LE CARRÉ MAGIQUE D'ALBRECHT DÜRER EN NUMÉRATION BINAIRE

Dans cette manip, on considère le carré de Dürer réalisé avec la série des entiers consécutifs de 0 à 15.

15	2	1	12
4	9	10	7
8	5	6	11
3	14	13	0

A				C
	1111	0010	0001	1100
	0100	1001	1010	0111
	1000	0101	0110	1011
	0011	1110	1101	0000
D				B

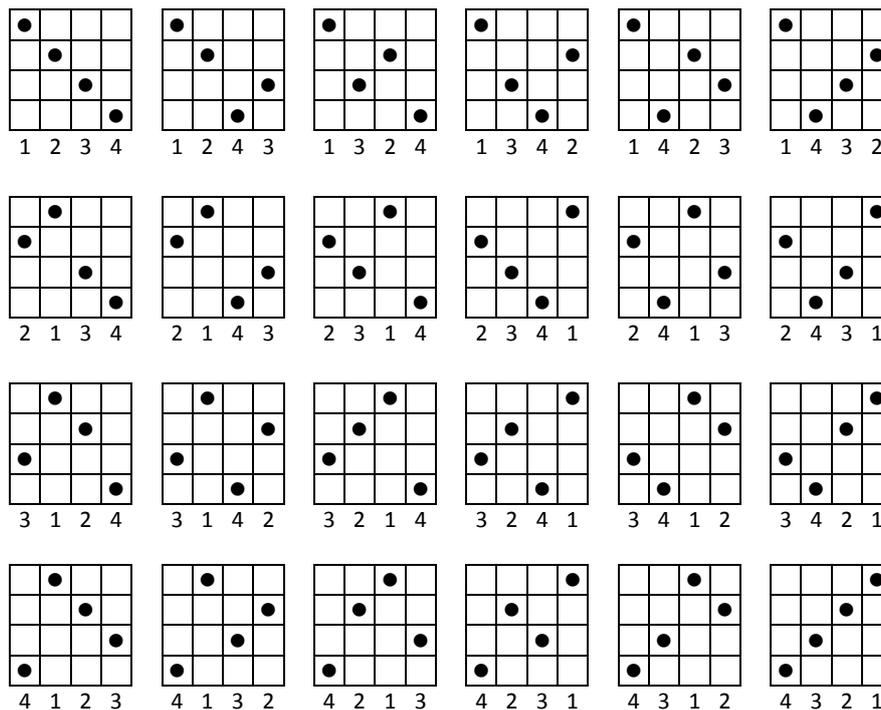
Rappelons la numération binaire correspondante :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Dans le carré de Dürer ainsi modifié ci-dessus, on remarque : 1) que les chiffres des termes symétriques par rapport à la première diagonale A B, sont eux-mêmes en symétrie (l'un est l'envers de l'autre) ; 2) que les chiffres des termes symétriques par rapport à la seconde diagonale C D sont miroirs l'un de l'autre (les chiffres 1 et 0 sont intervertis).

DES COUPLES « ISOMÉTRIQUES » DANS LES PERMUTATIONS FIGURÉES DU CARRÉ DE DÜRER

Rappelons, pour mieux comprendre cette propriété, les 24 permutations figurées de 4 termes (voir les correspondances chiffrées sous chaque carré) :



Dans le carré de Dürer, les quatre termes qui correspondent par superposition terme à terme à l'une ou l'autre des permutations d'ordre $n = 4$ figurées ci-dessus, forment deux couples de diverses façons (trois). Or il y a toujours deux couples dont les sommes des nombres sont égales : grilles ci-dessous. Cette propriété est souvent occultée.

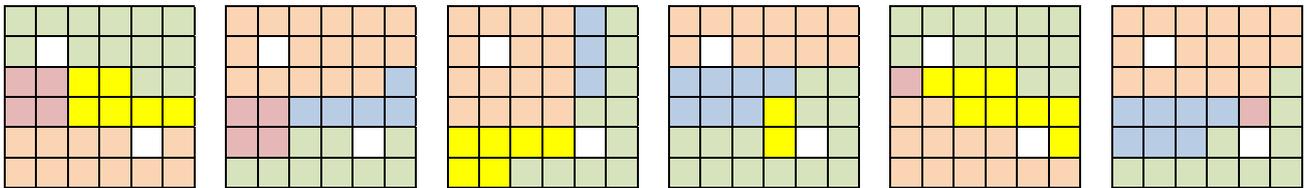
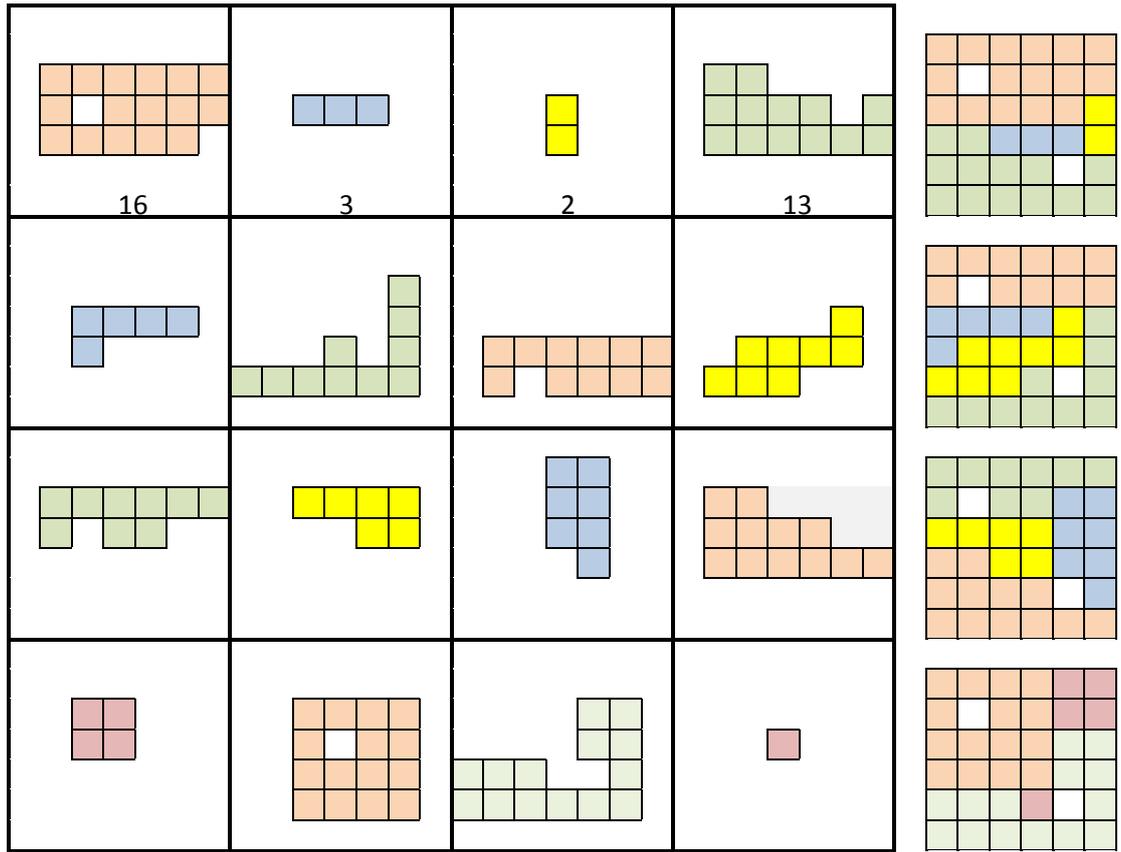
16				16				16				16				16				16			
	10				10					11				8				11					8
		7					12		6				6						12			7	
			1			14					1			14			15				15		
16+1 = 10+7				16+10=14+12				16+1 = 6+11				16+6 = 14+8				16+11=15+12				16+7 = 15+8			
	3				3					2					13			2					13
5				5				5				5				5				5			
		7					12		6				6						12			7	
			1			14					1			14			15				15		
5+3 = 7+1				5+12 = 14+3				5+2 = 6+1				5+14 = 6+13				5+12 = 15+2				5+15 = 7+13			
	3				3					2					13			2					13
9				9			8	9				9				9			8	9			11
			1			14			10				10				15				15		
9+3 = 11+1				9+8 = 14+3				9+2 = 10+1				9+14 = 10+13				9+8 = 15+2				9+11 = 15+13			
	3				3					2					13			2					13
		11					8		10				10						8			11	
			12			7					12			7			6				6		
4				4				4				4				4				4			
11+4 = 12+3				4+7 = 8+3				10+4 = 12+2				10+7 = 13+4				6+4 = 8+2				11+6 = 13+4			

LA MAGIE GÉOMÉTRIQUE DU CARRÉ MAGIQUE DE DÜRER

Dans l'une des formes du carré dit « géomagique », ou « carré magique géométrique », les nombres de la grille du carré magique numérique classique, dit le « catalyseur », sont remplacés par des polyminos de telle façon que l'assemblage des polyminos des lignes, des colonnes et des deux diagonales principales, pavent une grille d'assemblage carrée, rectangulaire ou de forme géométrique ayant des caractéristiques constantes, dite le « module » .

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Dans l'exemple qui suit, le catalyseur est le carré magique de Dürer. Les polyminos des lignes, des colonnes et des deux diagonales principales dont l'ordre correspond aux nombres du catalyseur, pavent le module $6 \times 6 = 36$, dans lequel sont implantés deux cases qui doivent rester vierges, pour rétablir la constante magique de 34. On peut trouver nombre de solutions :



Y A-T-IL D'AUTRES « CARRÉS DE DÜRER » ?

Y a-t-il d'autres carrés magiques d'ordre $n = 4$, dont la date de 1514 apparaît dans les deux cases centrales de la dernière ligne de la grille ?

	15	14	

On peut tout d'abord effectuer quelques manipulations sur le carré d'origine :

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Carré d'origine - I

13	3	2	16
8	10	11	5
12	6	7	9
1	15	14	4

II

16	3	2	13
9	6	7	12
5	10	11	8
4	15	14	1

III

13	3	2	16
12	6	7	9
8	10	11	5
1	15	14	4

IV

16	3	2	13
5	6	7	8
9	10	11	12
4	15	14	1

V

- II – Permutation des deux colonnes latérales de la grille I ;
- III – Permutation des deux lignes médianes de la grille I ;
- IV – Permutation des deux lignes médianes de la grille II ;
- V – Permutation des deux colonnes latérales de la grille II.

Et parmi les 48 carrés magiques de type associé d'ordre 4 de la classification de Frénicle, on trouve quatre grilles qui répondent à la question, soit après une rotation, soit après permutations de lignes ou de colonnes : ce sont les n° 112, 113, 175 et 176 :

n° 112	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>1</td><td>8</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>14</td><td>11</td><td>7</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>10</td><td>6</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>9</td><td>16</td></tr> </table>	1	8	12	13	14	11	7	2	15	10	6	3	4	5	9	16	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>13</td><td>2</td><td>3</td><td>16</td></tr> <tr><td>12</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>11</td><td>10</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td>14</td><td>15</td><td>4</td></tr> </table>	13	2	3	16	12	7	6	9	8	11	10	5	1	14	15	4	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>13</td><td>2</td><td>3</td><td>16</td></tr> <tr><td>12</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>10</td><td>11</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td style="background-color: yellow;">15</td><td style="background-color: yellow;">14</td><td>4</td></tr> </table>	13	2	3	16	12	6	7	9	8	10	11	5	1	15	14	4
1	8	12	13																																																
14	11	7	2																																																
15	10	6	3																																																
4	5	9	16																																																
13	2	3	16																																																
12	7	6	9																																																
8	11	10	5																																																
1	14	15	4																																																
13	2	3	16																																																
12	6	7	9																																																
8	10	11	5																																																
1	15	14	4																																																

n° 113	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>1</td><td>8</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>15</td><td>10</td><td>6</td><td>3</td></tr> <tr><td>14</td><td>11</td><td>7</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>9</td><td>16</td></tr> </table>	1	8	12	13	15	10	6	3	14	11	7	2	4	5	9	16	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>13</td><td>3</td><td>2</td><td>16</td></tr> <tr><td>12</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>10</td><td>11</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td style="background-color: yellow;">15</td><td style="background-color: yellow;">14</td><td>4</td></tr> </table>	13	3	2	16	12	6	7	9	8	10	11	5	1	15	14	4
1	8	12	13																															
15	10	6	3																															
14	11	7	2																															
4	5	9	16																															
13	3	2	16																															
12	6	7	9																															
8	10	11	5																															
1	15	14	4																															

n° 175	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>1</td><td>12</td><td>8</td><td>13</td></tr> <tr><td>14</td><td>7</td><td>11</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>6</td><td>10</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>9</td><td>5</td><td>16</td></tr> </table>	1	12	8	13	14	7	11	2	15	6	10	3	4	9	5	16	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>13</td><td>2</td><td>3</td><td>16</td></tr> <tr><td>8</td><td>11</td><td>10</td><td>5</td></tr> <tr><td>12</td><td>7</td><td>6</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td>14</td><td>15</td><td>4</td></tr> </table>	13	2	3	16	8	11	10	5	12	7	6	9	1	14	15	4	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>13</td><td>3</td><td>2</td><td>16</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>5</td></tr> <tr><td>12</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td style="background-color: yellow;">15</td><td style="background-color: yellow;">14</td><td>4</td></tr> </table>	13	3	2	16	9	10	11	5	12	6	7	9	1	15	14	4
1	12	8	13																																																
14	7	11	2																																																
15	6	10	3																																																
4	9	5	16																																																
13	2	3	16																																																
8	11	10	5																																																
12	7	6	9																																																
1	14	15	4																																																
13	3	2	16																																																
9	10	11	5																																																
12	6	7	9																																																
1	15	14	4																																																

n° 176	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>1</td><td>12</td><td>8</td><td>13</td></tr> <tr><td>15</td><td>6</td><td>10</td><td>3</td></tr> <tr><td>14</td><td>7</td><td>11</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>9</td><td>5</td><td>16</td></tr> </table>	1	12	8	13	15	6	10	3	14	7	11	2	4	9	5	16	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr><td>13</td><td>3</td><td>2</td><td>16</td></tr> <tr><td>12</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>12</td><td>6</td><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>1</td><td style="background-color: yellow;">15</td><td style="background-color: yellow;">14</td><td>4</td></tr> </table>	13	3	2	16	12	6	7	9	12	6	7	9	1	15	14	4
1	12	8	13																															
15	6	10	3																															
14	7	11	2																															
4	9	5	16																															
13	3	2	16																															
12	6	7	9																															
12	6	7	9																															
1	15	14	4																															

Certains affirment que le carré magique d'Albrecht Dürer dans la *Melencolia*, serait la première apparition d'un carré magique en Occident, donc en 1514, il y a cinq siècles. Ceci est inexact, car on trouve un carré magique normal d'ordre $n = 9$, dans *l'Enchiridion* du pape Léon III, diffusé à Rome en 795, bien antérieurement à la *Melencolia*⁵.

5. René Descombes, « Le Carré magique du Pape Léon III », *BibNum*, septembre 2014.

Le carré magique d'Albrecht Dürer, unique incursion du célèbre peintre et graveur dans le domaine des carrés magiques, est doué de propriétés suffisamment remarquables pour en faire un modèle souvent pris pour exemple dans la littérature consacrée aux carrés magiques et à leurs implications.



(février 2016)