

CONFÉRENCES SUR LA TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (*Fin*) <sup>(1)</sup>.

## TÉLÉGRAPHIE DIRIGÉE. GÉNÉRALITÉS

Le problème de la télégraphie sans fil dirigée se rattache à l'étude du champ magnétique très loin de l'antenne.

Nous avons à ce moment désigné par  $xyz$  les coordonnées du point M où on étudie le champ,  $\lambda, \mu, \nu$  les cosinus directeurs de la droite OM (O l'origine),  $\xi, \eta, \zeta$  les coordonnées d'un point P de l'antenne;

$r_0$  la distance OM;

$r$  la distance PM;

$d\tau$  l'élément de volume de l'antenne en P;

$u, v, w$  les composantes du courant de conduction dans l'antenne.

Rappelons qu'on a trouvé pour le courant de conduction :

$$\begin{aligned} u &= \mathcal{R}(u_0 e^{i\omega t}), \\ v &= \mathcal{R}(v_0 e^{i\omega t}), \\ w &= \mathcal{R}(w_0 e^{i\omega t}), \end{aligned} \quad (1)$$

pour le potentiel vecteur de Lorenz :

$$\begin{aligned} F &= \mathcal{R} \int u_0 \frac{e^{i\omega(t-r)}}{r} d\tau, \\ G &= \mathcal{R} \int v_0 \frac{e^{i\omega(t-r)}}{r} d\tau, \\ H &= \mathcal{R} \int w_0 \frac{e^{i\omega(t-r)}}{r} d\tau. \end{aligned} \quad (2)$$

Lorsque le point M est très loin, on peut en outre poser

$$r_0 = r + \Sigma \lambda \xi \quad \text{avec} \quad \Sigma \lambda \xi = \lambda \xi + \mu \eta + \nu \zeta. \quad (3)$$

Dans une première approximation on a remplacé les valeurs (2) de FGH par les suivantes, obtenues en remplaçant  $r$  par sa valeur tirée de (3) dans les numérateurs et par  $r_0$  dans les dénominateurs.

On a :

$$F = \mathcal{R} \int u_0 \frac{e^{i\omega(t-r_0+\Sigma\lambda\xi)}}{r_0} d\tau,$$

et des expressions analogues pour G et H, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} F &= \mathcal{R} \left( A \frac{e^{i\omega(t-r_0)}}{r_0} \right), \\ G &= \mathcal{R} \left( B \frac{e^{i\omega(t-r_0)}}{r_0} \right), \\ H &= \mathcal{R} \left( C \frac{e^{i\omega(t-r_0)}}{r_0} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

avec

$$\begin{aligned} A &= \int u_0 e^{i\omega \Sigma \lambda \xi} d\tau, \\ B &= \int v_0 e^{i\omega \Sigma \lambda \xi} d\tau, \\ C &= \int w_0 e^{i\omega \Sigma \lambda \xi} d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Or le champ magnétique se calcule aisément en partant de FGH par les formules

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z}, \\ \beta &= \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial x}, \\ \gamma &= \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial y}. \end{aligned} \quad (6)$$

Il s'agit donc de connaître le vecteur ABC.

Lorsque le point M est très éloigné, on peut considérer l'onde comme plane et normale à OM. Les composantes de ABC normales, à OM suffiront alors pour l'étude des vibrations. On peut ajouter que, ABC étant imaginaire, on aura à la fois l'intensité et la phase de la vibration. Pour faire le calcul, il suffirait de décomposer A, B et C suivant trois directions rectangulaires dont l'une parallèle à OM.

*Possibilité de la télégraphie dirigée.* — Or, ABC sont des fonctions de  $\lambda, \mu, \nu$ , et on peut concevoir que, pour une forme convenable de l'excitateur, le rayonnement soit variable dans les diverses directions. On peut même chercher si on ne pourrait pas déterminer l'excitation par la condition d'obtenir une distribution donnée à l'avance du rayonnement.

(1) *La Lumière Électrique* tome IV (2 Série) p. 256, 291, 323 et 355.

Pour nous faire une idée de ce problème, nous allons négliger l'amortissement, c'est-à-dire supposer  $\omega$  purement imaginaire.

A se présente sous la forme d'une intégrale de Fourier; or une fonction quelconque étant représentable par une intégrale de Fourier, on peut se donner pour A telle fonction que l'on veut, de même pour B et C, de sorte que le problème est possible au point de vue analytique. Cependant, étant donné que l'excitateur est toujours renfermé dans un volume restreint (puisqu'on suppose que M en est très éloigné), on voit que, dès que  $\xi \eta \zeta$  deviennent grands,  $u_0 \nu_0 w_0$  deviennent nuls, ce qui restreint manifestement la généralité du choix de ABC.

*Première solution pratique.* — La solution pratique consiste à prendre une série d'antennes verticales. Alors  $u_0 = \nu_0 = 0$  et les formules (4) et (5) montrent que

$$\left. \begin{aligned} A &= 0, \\ B &= 0, \\ C &= \int w_0 e^{i\omega \Sigma \lambda \xi} d\tau, \end{aligned} \right\} \quad (5^{bis})$$

$$\left. \begin{aligned} F &= 0, \\ G &= 0, \\ H &= \mathcal{R} \left( C \frac{e^{u(t-r_0)}}{r_0} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4^{bis})$$

Étudions alors le rayonnement dans le plan horizontal  $\nu = 0$ : En outre  $\xi$  et  $\eta$  sont constants pour tout point d'une antenne. Donc, pour un point M donné du plan horizontal, C prend la forme

$$C = \Sigma e^{i(\lambda \xi + \mu \eta)} \int w_0 d\tau,$$

le signe  $f$  ne s'appliquant plus qu'à une antenne et le signe  $\Sigma$  portant sur les diverses antennes. En prenant comme unité la section supposée constante et commune des antennes et posant le long d'une antenne,

$$\int w_0 d\xi = W e^{ih},$$

il vient

$$C = \Sigma W e^{i(\lambda \xi + \mu \eta) + ih},$$

C est bien fonction de  $\lambda$  et de  $\mu$ , donc le rayonnement variera suivant la direction.

On a cherché, par exemple, à réaliser des antennes formant les trois côtés d'un triangle équilatéral. Il faut pour réaliser le système précédent, arriver à produire un décalage donné entre les diverses antennes et on y arrive en réalisant le montage représenté par le schéma ci-contre (fig. 1):

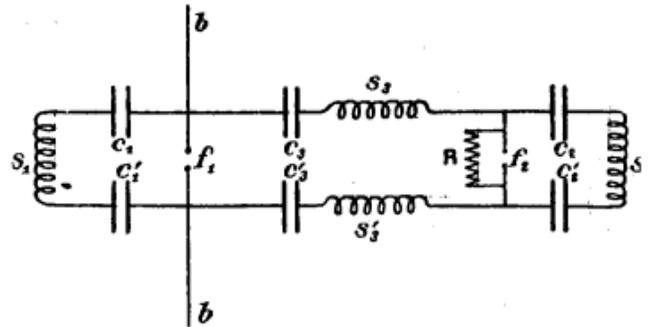


Fig. 1.

$b b$  bornes de la bobine.

Première antenne:  $f_1$  interrupteur à étincelles;  $c_1 c'_1$  condensateurs;  $s_1$  self.

Deuxième antenne:  $f_2$  interrupteur à étincelles;  $c_2 c'_2$  condensateurs;  $s_2$  self; R résistance shuntant  $f_2$ ;  $s_3 s'_3$  selfs;  $c_3 c'_3$  condensateurs.

Les diverses phases de fonctionnement sont les suivantes:

D'abord  $c_1$  et  $c'_1$  se chargent,  $c_3$  et  $c'_3$  aussi, grâce à la résistance R qui shunte l'interrupteur  $f_2$ .

Quand l'étincelle éclate en  $f_1$ , les oscillations prennent naissance dans le circuit de la première antenne ( $s_1 c_1 f_1 c'_1$ ) et dans le circuit auxiliaire ( $f_1 c_3 s_3 f_3 s'_3 c'_3$ ), rien ne passe par la résistance R et il n'y a pas d'étincelles en  $f_2$ , mais alors  $c_2$  et  $c'_2$  se chargent et l'étincelle finit par éclater en  $f_2$ , mais avec un retard qu'on peut d'ailleurs régler.

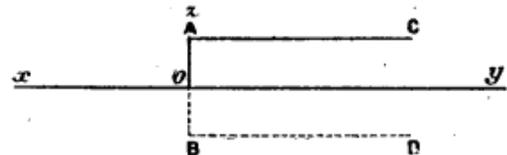


Fig. 2.

On a ainsi une solution de la télégraphie sans fil dirigée.

*Solution de Marconi.* — Dans le système Marconi, l'antenne a la forme ci-contre: une partie verticale, une autre horizontale beaucoup plus longue. Dans ce qui suivra nous supposons la terre supprimée et nous la remplacerons par l'image de l'antenne par rapport au sol.

L'expérience montre que le rayonnement est bien plus grand à droite qu'à gauche. Cherchons à nous rendre compte. — Prenons (fig. 2) pour  $oy$  la direction de la branche horizontale de l'antenne. Pour un point très loin sur  $oy$  l'onde est plane, parallèle au plan  $y = 0$ .

Ici  $u_0 = 0$  sur toute l'antenne, donc  $\Lambda = 0$  ( $F = 0$ ).

B, dirigé suivant  $oy$ , normal au plan de l'onde, n'est pas à considérer dans l'étude de la vibration.

Reste C;  $w_0$  n'est différent de 0 que sur AB. On ne voit donc pas pourquoi le rayonnement n'est pas le même dans les deux sens.

Mais nous avons fait une approximation en remplaçant les équations (2) par les groupes (4) et (5), approximation qui revenait à remplacer

$$\frac{1}{r_0 - \Sigma \lambda \xi} \text{ par } \frac{1}{r_0}.$$

Nous allons voir que c'est cette approximation, ici trop peu précise, qui explique la divergence entre l'expérience et la théorie.

Revenons aux équations (2)

$$F = \mathcal{R} \int u_0 \frac{e^{i(\omega t - r_0 + \Sigma \lambda \xi)}}{r_0 - \Sigma \lambda \xi} d\tau$$

et les valeurs analogues de G et H.

Ici  $u_0 = 0$  partout, donc  $F = 0$ .

Pour calculer G, il suffit de faire l'intégration sur les branches AC et BD, car  $v_s = 0$  sur HB. On a alors  $\xi = 0$ ;  $\zeta = \text{const.}$

$$G = \mathcal{R} \int v_0 \frac{e^{i(\omega t + \mu \eta - (r_0 - v \zeta))}}{-\mu \eta + (r_0 - v \zeta)} d\tau,$$

or l'intégrale se divise en deux parties, l'une relative à AC, l'autre à BD. Remplaçons dans chaque branche l'intensité par sa valeur moyenne, elle est de signe contraire dans les deux branches. En outre la constante  $\zeta$  a des valeurs égales et de signes contraires sur les deux branches. Tout le reste est identique, donc, si nous désignons par  $f(r_0 + v \zeta)$ , la partie de l'intégrale relative à AC, celle relative à BD sera  $-f(r_0 + v \zeta)$  et on aura

$$G = f(r_0 - v \zeta) - f(r_0 + v \zeta).$$

Il se calcule de même sur HB seul et se réduit à

$$H = \mathcal{R} \int w_0 \frac{e^{i(\omega t + \nu \zeta - r_0)}}{t + \nu \zeta - r_0} d\tau,$$

puisque sur cette branche  $\xi = \eta = 0$ . D'ailleurs au milieu de AB on aura  $\zeta = 0$ . C'est une fonction de la constante  $r_0$ , soit  $H = \psi(r_0)$ .

Pour avoir maintenant le champ magnétique, nous allons appliquer les équations (6)

$$\alpha = \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial z},$$

$$\alpha = \psi'(r_0) \frac{dr_0}{dy} - f'(r_0 - v \zeta) \frac{d(r_0 - v \zeta)}{dz} + f'(r_0 + v \zeta) \frac{d(r_0 + v \zeta)}{dz}.$$

Mais

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r_0 - v \zeta)}{\partial z} &= \frac{\partial(r_0 - \frac{\zeta z}{r_0})}{\partial z} \text{ à cause de } z = \nu r_0 \\ &= \frac{z}{r_0} - \frac{\zeta}{r_0} + z \zeta \frac{\partial \frac{\zeta}{r_0}}{\partial z}. \end{aligned}$$

Comme on est dans le plan  $z = 0$ , cela se réduit à

$-\frac{\zeta}{r_0}$  et on a

$$\alpha = \psi'(r_0) \frac{y}{r_0} + \frac{\zeta}{r_0} [f'(r_0 - v \zeta) + f'(r_0 + v \zeta)];$$

sur  $oy$  même :  $v = 0$

$$\alpha = \psi'(r_0) \frac{y}{r_0} + 2 \frac{\zeta}{r_0} f'(r_0);$$

on voit que  $\alpha$  varie suivant que  $y$ , pour la même valeur absolue, est positif ou négatif, ce qui est conforme à l'expérience;  $\beta$  ne nous préoccupe pas puisqu'il est dirigé suivant  $o\eta$ , il se réduit d'ailleurs à  $-\frac{dH}{dx} = -\psi'(r_0) \frac{x}{r_0}$ ;  $\gamma$  se réduit à  $\frac{dG}{dx}$  qui est nul;  $\beta$  est nul aussi sur  $oy$ .

Si on remplace les diverses variables par leurs valeurs moyennes dans G et H pour avoir une valeur approchée de ces intégrales, c'est-à-dire

des fonctions  $\psi$  et  $f$ , on voit que, sur  $oa$ , le rayonnement a la forme

$$\frac{A}{r} + \frac{B}{r^2} \text{ d'un côté,}$$

$$\frac{A}{r} - \frac{B}{r^2} \text{ de l'autre,}$$

le rapport tend vers 1 quand  $r$  augmente indéfiniment, c'est-à-dire quand on se rapproche des conditions où notre première approximation était valable.

Le système Marconi donne donc bien la télégraphie dirigée, mais d'autant plus mal dirigée qu'on télégraphie plus loin.

*Oscillations entretenues. Equations générales.*  
— Considérons (fig. 3) un circuit comprenant une source de force électromotrice constante continue  $E$ , une résistance et une self, et, en parallèle, d'une part un arc, de l'autre une self et une capacité.

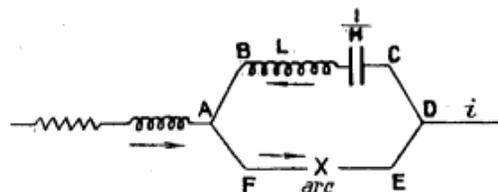


Fig. 3.

Soit  $\frac{1}{H}$  la capacité du condensateur ;

$L$  la self mise en série avec lui ;

$x$  la charge du condensateur ;

$i$  le courant circulant dans le circuit extérieur.

Le courant circulant dans la branche du condensateur est

$$x' = \frac{dx}{dt}$$

Le courant circulant dans l'arc est

$$i + x'$$

compté dans le sens de la flèche,  $x'$  étant supposé circuler dans le sens de la flèche et  $i$  mesuré dans le sens de la flèche.

Dans le circuit ABCDEF fermé, on a alors

$$Lx'' + \rho x' + \varphi(i + x') + Hx = 0, \quad (1)$$

$\rho x'$  étant un terme qui correspond à la résis-

tance de la self  $L$  et aux autres causes possibles d'amortissement, y compris le rayonnement d'énergie par l'antenne,  $\varphi(i + x')$  le terme dû à l'arc.

Dans le circuit AFED, on a de même (en négligeant la self extérieure)

$$Ri + \varphi(i + x') = E. \quad (2)$$

Si on suppose connue la fonction  $\varphi$ , l'équation (2) donne une relation entre  $i$  et  $x'$  ou entre  $i + x'$  et  $x'$ . En tenant compte, l'équation (1) peut s'écrire :

$$Lx'' + \rho x' + \theta(x') + Hx = 0, \quad (3)$$

$\theta(x')$  une fonction toujours égale à  $\varphi(i + x')$  en vertu de (2).

Posons

$$x' = \frac{dx}{dt} = y \quad dt = \frac{dx}{y},$$

$$x'' = \frac{dy}{dt} = \frac{y dy}{dx},$$

L'équation (3) devient

$$Ly \frac{dy}{dx} + \rho y + \theta(y) + Hx = 0. \quad (4)$$

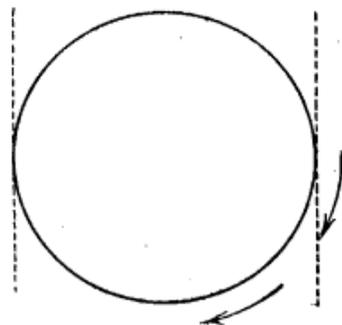


Fig. 4.

*Etude de l'équation différentielle.* — On peut construire les courbes qui satisfont à cette équation différentielle, à condition de connaître la fonction  $\theta$ . Les oscillations entretenues correspondent aux courbes fermées, s'il y en a. Mais toute courbe fermée ne convient pas, elle doit remplir certaines conditions de stabilité que nous allons étudier.

Tout d'abord on voit que, si  $y = 0$ ,  $\frac{dy}{dx}$  est infini, la courbe a des tangentes verticales. En outre, si  $x$  décroît,  $x'$ , c'est-à-dire  $y$ , est négatif, donc la courbe doit être décrite dans le sens de la flèche.

*Condition de stabilité.* — Considérons donc une autre courbe non fermée satisfaisant à l'équation différentielle, ce sera une sorte de spirale se rapprochant indéfiniment de la courbe fermée. Si la courbe fermée représente un régime stable, en décrivant le spirale dans le sens de la flèche on doit être ramené sur la courbe fermée, et c'est à cette seule condition que la courbe fermée représentera un régime stable d'ondes entretenues et donnera la solution du problème.

*Condition de possibilité du problème.* — Revenons à l'équation (4). Multiplions par  $x' dt$  et intégrons, pendant une période, le terme en  $L$  et le terme en  $x$ , qui donnent à l'intégration des termes en  $x'^2$  et  $x$ , disparaissent et on doit avoir

$$\rho \int x'^2 dt + \int \theta(x') x' dt = 0.$$

Or, le premier terme est sûrement positif, la fonction  $\theta$  doit donc être telle que

$$\int \theta(x') x' dt < 0.$$

Cela est-il possible ?

Supposons que la fonction  $\varphi(i + x')$  de  $(i + x')$  soit décroissante. Supposons en outre que  $i$  soit toujours positif. Pour une même valeur de  $i$ , quand  $x'$  est positif,  $i + x'$  est plus grand que si  $x'$  était négatif, donc  $\varphi(i + x')$  est plus grand pour  $x'$  négatif que pour  $x'$  positif. Mais alors pour une même valeur absolue de  $x'$ ,  $\varphi(i + x')$  est plus grand pour  $x'$  négatif que pour  $x'$  positif et comme on intègre dans une période pendant laquelle  $x'$  oscille entre des valeurs égales et de signes contraires, on voit que  $\int \varphi(i + x') x' dt$  ou  $\int \theta(x') x' dt$  sera négatif en général.

Cela suppose que, dans l'arc, le courant  $(i + x')$  passe toujours dans le même sens et que l'arc ne s'éteint pas. On peut supposer également que le courant change de sens pendant une oscillation.

Si l'arc est symétrique, en conservant les mêmes flèches, on aurait, au cas où le courant viendrait à se renverser :

$$\varphi(i + x') = -\varphi(-i - x').$$

Supposons maintenant qu'il y ait une dissymétrie, alors

$$\varphi(i + x') \geq -\varphi(-i - x'),$$

$$\theta(x') \geq -\theta(-x'),$$

on aura par exemple

$$\begin{aligned} \text{pour } x' > 0 & \quad \theta(x') = A x', \\ \text{pour } x' < 0 & \quad \theta(x') = -B x' \quad B > A. \end{aligned}$$

Si alors  $x'$  varie entre  $-\alpha$  et  $+\alpha$  on aura

$$\int_{-\alpha}^{+\alpha} x' \theta(x') dt < 0.$$

*Cas d'oscillations très faibles.* — Examinons, dans le seul but de pousser un peu plus le calcul, le cas d'oscillations très faibles; si  $i_0$  est la valeur moyenne de  $i$ , on aura  $i = i_0 + \delta i$ ,  $\delta i$  étant très petit. On pourra alors regarder les variations de  $\varphi$  comme linéaires, puisque ces variations sont très petites et écrire

$$\varphi(i_0 + \delta i) = \varphi(i_0) - B \delta i.$$

Posons alors

$$i = i_0 + \delta i,$$

$$x = x_0 + \delta x,$$

d'où

$$x' = \delta x' \quad x'' = \delta x''.$$

Les  $\delta$  étant tous très petits. Les équations (1) et (2) deviennent

$$L \delta x'' + \rho \delta x' + \varphi(i_0) - B \delta i - B \delta x' + H x_0 + H \delta x = 0, \quad (1^{bis})$$

$$R i_0 + R \delta x + \varphi(i_0) - B \delta i - B \delta x' = E, \quad (2^{bis})$$

qui donnent d'abord en supposant nuls tous les  $\delta$

$$\varphi_0 + H x_0 = 0,$$

$$R i_0 + \varphi_0 = E,$$

et en seconde approximation :

$$L \delta x'' + \rho \delta x' - B \delta i - B \delta x' + H \delta x = 0, \quad (1^{ter})$$

$$R \delta i - B \delta i - B \delta x' = 0. \quad (2^{ter})$$

Pour intégrer les équations 1<sup>ter</sup> et 2<sup>ter</sup> nous poserons

$$\delta x = ae^{st} \quad \delta i = be^{st}$$

et  $\alpha$  doit satisfaire aux équations

$$\begin{aligned} (L\alpha^2 + \rho\alpha - B\alpha + H)a - Bb &= 0, \\ -Ba\alpha + (R - B)b &= 0, \end{aligned}$$

ou en éliminant  $a$  et  $b$

$$(L\alpha^2 + \rho\alpha - B\alpha + H)(R - B) - B^2\alpha = 0. \quad (5)$$

On doit avoir, pour les oscillations entretenues, une solution purement imaginaire pour  $\alpha$ , il faut donc  $B = \rho$  et

$$\frac{1}{B} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{R}$$

Mais ceci ne donne pas les conditions de stabilité.

D'ailleurs les oscillations faibles ne sont pas ce qu'on cherche; en général, on préfère les oscillations finies.

On n'a pas tenu compte, dans ce qui précède, de la self du circuit extérieur, il faudrait introduire dans l'équation (2) un terme  $L_1 \frac{di}{dt}$ .

Ceci modifierait l'équation (5) de la façon suivante :

$$(L\alpha^2 + \rho\alpha - B\alpha + H)(R - B + L_1\alpha) - B^2\alpha^2 = 0$$

et on doit avoir encore une solution  $\alpha$  imaginaire pure.

#### RÉALISATION PRATIQUE

1<sup>o</sup> Arc symétrique. — En général, lorsque le courant passe, la différence de potentiel aux bornes monte, suivant la loi d'Ohm. Mais si on a un arc dans le circuit, il n'en est plus ainsi, et au lieu d'une expression de la forme :

$$u = \tau i,$$

on trouve plutôt (par expérience) :

$$u = \frac{a}{i} + b.$$

La chute de résistance doit probablement être due à l'échauffement de l'arc et des gaz de l'arc par le passage d'un courant, échauffement d'autant plus grand que le courant est plus intense.

Quoi qu'il en soit, ceci semble indiquer de prendre pour  $\varphi(i + x')$  la forme

$$\varphi(i + x') = \frac{a}{i + x'} + b.$$

On voit alors que, du seul fait que l'on a un arc dans le circuit, la fonction  $\varphi$  devient décroissante; donc, d'après ce qu'on a dit plus haut, il devient possible d'avoir des oscillations entretenues.

Mais on ne pourrait pas dépasser une certaine fréquence, comme nous allons le voir.

La résistance  $R$  de l'arc dépend de la température, surtout de la température  $T$  de l'anode. Or cette dernière est déterminée par l'équilibre entre la chaleur communiquée à l'arc et celle qu'il perd par rayonnement.

On transforme en chaleur le produit  $ui$ , c'est-à-dire ici

$$(i + x')\varphi(i + x');$$

on perd alors par rayonnement une quantité de chaleur proportionnelle à l'excès de la température de l'arc sur la température ambiante, soit  $\lambda T$ , on a donc, en régime d'équilibre :

$$(i + x')\varphi(i + x') = \lambda T. \quad (1)$$

Or, on a aussi  $\varphi(i + x') = R(i + x')$ ;  $R$  est la résistance de l'arc, qui est une fonction de  $T$ , décroissante quand  $T$  augmente; appelons-la  $\psi(T)$ .

$$\varphi(i + x') = \psi(T)(i + x'). \quad (2)$$

De (1) et (2) on tire

$$(i + x')^2 \psi(T) = \lambda T. \quad (3)$$

Si on élimine  $T$  entre deux des équations (1) (2) (3), on aura la valeur de  $\varphi(i + x')$ .

#### DISCUSSION

Mais ceci a été écrit en supposant réalisé l'équilibre de la température. S'il n'en est pas ainsi, c'est-à-dire si le courant  $i + x'$  ne dure pas depuis assez longtemps ou si les oscillations

sont trop fréquentes, ces conditions ne sont plus réalisées, l'équation 3) doit être modifiée en introduisant dans le second membre un terme  $k \frac{dT}{dt}$  proportionnel à la vitesse d'élévation de température.

Elle devient alors

$$(i + x')^2 \psi(T) = \lambda T + k \frac{dT}{dt} \quad (4)$$

et le système complet d'équations est écrit pour des oscillations très fréquentes. Il comprendra les équations fondamentales d'où nous sommes partis, l'équation (3) et l'équation (4). On peut l'écrire encore

$$\left. \begin{aligned} Lx'' + \rho x' + (i + x') \psi(T) + Hx &= 0, \\ L \frac{di}{dt} + Ri + (i + x') \psi(T) &= E, \\ (i + x')^2 \psi(T) &= \lambda T + k \frac{dT}{dt}. \end{aligned} \right\} (5)$$

Il n'est pas nécessaire d'intégrer ce système pour voir que, si la fréquence est très grande, la température prendra une valeur moyenne sensiblement constante, de sorte que la résistance de l'arc sera constante et que  $\varphi(i + x')$ , loin d'être

une fonction décroissante, sera proportionnel à  $i + x'$ . Donc les oscillations à grande fréquence seront impossibles.

2° *Arc dissymétrique.* — Mais supposons maintenant une dissymétrie des électrodes de l'arc, réalisable soit en prenant des électrodes de matières différentes, cuivre et charbon par exemple, soit en prenant des électrodes de même matière mais de propriétés géométriques très différentes (pointe et plaque), soit encore en prenant des électrodes de même matière, mais en refroidissant l'une d'elles; la résistance va varier suivant que c'est l'une ou l'autre des électrodes qui sera l'anode. Dans le cas de deux électrodes parcelles dont l'une est refroidie par exemple, la température de l'anode sera  $T$  si c'est l'une,  $\theta$  si c'est l'autre, il y aura donc une grande variation de  $\frac{\varphi(i + x')}{i + x'}$  et cela indépendamment de la fréquence des oscillations.

Donc les oscillations entretenues, qui sont possibles, le seront quelle que soit la fréquence, cela parce que, au lieu de tabler sur les variations de la température avec le temps, comme plus haut, on table maintenant sur une différence de température artificiellement maintenue.

H. POINCARÉ.

## LES LIGNES AÉRIENNES A HAUTE TENSION (*Fin*) <sup>(1)</sup>

### DISPOSITION DES ISOLATEURS. ISOLEMENT ET PROTECTION DE LA LIGNE

Nous avons vu qu'il est possible d'établir assez rapidement le prix de revient minimum d'une ligne.

Il reste à examiner cette ligne au point de vue électrique et tout d'abord à justifier la disposition et l'écartement que nous avons indiqués pour les câbles.

Si les câbles sont dans un même plan vertical, pourvu que la distance de deux câbles au moment de la pose soit de quelques centimètres

seulement, ils ne pourront jamais venir en contact sous l'influence des oscillations provoquées par le vent.

En effet, sous l'action du vent, les câbles décrivent, dans chaque portée, des portions d'une surface de révolution dont l'axe est la ligne joignant les points d'attache et la méridienne une chaînette.

Les deux surfaces correspondant à deux câbles ne se couperont qu'en des points situés au-dessus de l'axe  $x$  du câble le plus bas.

Il ne pourra donc y avoir contact puisque jamais ce câble ne dépassera, même sous l'effet des vents les plus violents, la position horizontale (nous supposons, pour simplifier le langage, les deux appuis au même niveau).

<sup>(1)</sup> Voir *La Lumière Électrique*, tome IV (2<sup>e</sup> série) p. 360.